

**UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA**

Faculdade de Ciências e Tecnologia

Departamento de Engenharia Civil

**MODELAÇÃO NUMÉRICA DE MODELOS EXPERIMENTAIS DE  
ALVENARIA DE PEDRA TRADICIONAL**

João Miguel Correia de Andrade Nunes

Dissertação apresentada para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil – Perfil de Construção, pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

Orientador científico: Professor Doutor Fernando Farinha da Silva Pinho

Co-Orientador científico: Professor Doutor Válder José da Guia Lúcio

Junho 2011



## **Agradecimentos**

Gostaria de agradecer ao orientador científico da presente dissertação, Professor Doutor Fernando Pinho, pelo rigor científico transmitido e exigido, pelos apoios e motivações prestados e pela ambição demonstrada, ao propor o tema abordado.

Um agradecimento especial ao co-orientador científico da presente dissertação Professor Doutor Valter Lúcio, pela ciência, pelo apoio e pela boa disposição, sem os quais não teria sido possível a conclusão deste trabalho.

A toda a minha família pelo apoio e pela motivação dados e por me proporcionarem a estabilidade e o conforto necessários para terminar esta etapa académica.

Um abraço especial ao Eng.º André Almeida pela disponibilidade demonstrada, sempre que foi requerida.

A todos os meus amigos e colegas pelo interesse demonstrado e pelo apoio dado.



## **Resumo**

Os edifícios de alvenaria de pedra constituem grande parte do património edificado na Europa, sendo de especial interesse a sua manutenção e preservação para o futuro. Com capacidade resistente à tracção muito reduzida, este género de estruturas apresenta um comportamento material não linear.

Neste trabalho, desenvolveram-se modelos computacionais com dois objectivos. Por um lado, pretendeu-se simular o comportamento de modelos experimentais de alvenaria de pedra tradicional à compressão axial e ao corte, replicando-os em estruturas treliçadas com caracterização não linear dos materiais, para implementação de análises plásticas e avaliar campos de tensões resultantes. Por outro lado, modelaram-se as mesmas estruturas recorrendo a elementos sólidos, a que se aplicaram dois métodos de reforço testados experimentalmente e se implementaram análises elásticas lineares, com o objectivo de avaliar as variações nos campos de tensões dos modelos reforçados e conceber modelos de escoras e tirantes.

Com este propósito, foi utilizado um programa de cálculo de estruturas com base no método dos elementos finitos, SAP2000® [11], recorrendo-se a cinco tipos de elementos: elemento de ligação tipo nó, elemento barra com comportamento axial, elemento de ligação entre elementos barra com libertação de tracções axiais, elemento membrana e elemento sólido.

As análises implementadas são estáticas, sendo aplicadas cargas correspondentes às médias de cargas últimas, obtidas em ensaios experimentais no âmbito de um trabalho de investigação nesta área, em curso no Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.

**Palavras-chave:** Alvenaria de pedra tradicional; comportamento material não linear; análise plástica; análise elástica linear; modelos de escoras e tirantes.



## **Abstract**

Rubble stone masonry buildings are most of Europe's built heritage, whose maintenance and preservation is needed. This type of structures is characterized by low tensile strength and material nonlinear behavior.

In this work, computational models were developed for two purposes. It was intended to simulate traditional stone masonry experimental models behavior to axial compression and shear, with 3D structures designed with frame elements, implementing nonlinear analysis to evaluate stress fields. Besides this, the same structures were modeled with solid elements, reinforced with two experimental methods, tested with linear elastic analysis to evaluate the load capacity improvement and design struss and ties models.

For this purposes, it is used a general program for structures design, based on limit elements method, SAP2000®, using five types of elements: node element, frame element with axial behavior, link element with axial tensile release, shell element and solid element.

The implemented analysis are static, with average values of ultimate loads obtained during the course of investigation works in this area, ongoing in Civil Engineering Department, New University of Lisbon – Faculty of Sciences and Technology.

**Keywords:** Rubble stone masonry; material nonlinear behavior; nonlinear analysis; linear elastic analysis; struss and ties models.





## Lista de símbolos

- a** – Braço das acções verticais em relação ao eixo de simetria das peças
- a<sub>n</sub>** – Deslocamentos generalizados
- A<sub>n</sub>** – Secções das escoras do modelo de Hrennikoff
- A<sub>s</sub>** – Área da secção das escoras para a máxima a tensão de compressão
- α** – Inclinação das escoras no modelo de escoras e tirantes para compressão-corte
- C** – Coesão
- CCC** – Nó equilibrado com três forças de compressão não colineares
- CCT** – Nó equilibrado com duas forças de compressão e uma força de tracção, não colineares
- CTT** – Nó equilibrado com uma força de compressão e duas forças de tracção, não colineares
- CUR** – Centre for Civil Engineering Research and Codes
- D** – Abreviatura de disturbed
- ε** – Extensão
- δ ε** – Variação do estado de deformação
- δ ε<sub>e</sub>** – Variação do estado de deformação em regime elástico
- δ ε<sub>p</sub>** – Variação do estado de deformação em regime plástico
- δ<sub>v</sub>** – Deslocamento vertical
- δ<sub>v,m</sub>** – Deslocamento vertical médio
- δ<sub>v,m,S1</sub>** – Deslocamento vertical médio para modelo numérico com “solução de reforço I”
- E** – Módulo de elasticidade
- {F}** – Vector das forças nodais
- φ** – Ângulo de atrito interno/resistência ao corte
- γ** – Peso volúmico
- H** – Altura
- I** – Momento de inércia
- K** – Coeficiente entre a altura e o comprimento do modelo de Hrennikoff
- K** – Rigidez

**[K]** – Matriz de rigidez

**$k_n$**  – Componente horizontal da resultante das acções exteriores para compressão-corte

**L** – Comprimento

**MEF** – Método dos elementos finitos

**$M_i$**  – Momento instabilizante

**$M_r$**  – Momento resistente

**$\nu$**  – Coeficiente de Poisson

**P** – Peso próprio

**$P_n$**  – Peso próprio aplicado em cargas nodais

**Pa** – Pascal

**RCC** – Resultante compressão-corte;

**$\sigma$**  – Tensão

**$\sigma_c$**  – Tensão de compressão

**$\sigma^{m\acute{a}x}$**  – Máxima tensão de compressão referência para alvenarias de pedra tradicional

**$\sigma_t$**  – Tensão de tracção

**$Q_n$**  – Cargas nodais gravíticas correspondentes às acções impostas às estruturas

**t** – Espessura do modelo de Hernnikoff

**$\tau$**  – Tensão tangencial

**$\Theta_n$**  – Rotações generalizadas nos nós

**TTT** – Nó equilibrado com três forças de tracção não colineares

**(X-Y)** – Plano perpendicular ao eixo ZZ

**(X-Z)** – Plano perpendicular ao eixo YY

**(Y-Z)** – Plano perpendicular ao eixo XX

**(X, Y, Z)** – Sistema de eixos coordenados no espaço cartesiano

## ÍNDICE DO TEXTO

### 1 INTRODUÇÃO

1.1	Motivação e enquadramento do tema.....	1
1.2	Objectivo .....	1
1.3	Estrutura do trabalho .....	2

### 2 ESTADO DA ARTE

2.1	Introdução.....	5
2.2	Enquadramento histórico.....	5
2.3	Caracterização Construtiva.....	9
2.3.1	Fundações.....	9
2.3.2	Paredes de alvenaria de pedra.....	9
2.4	Comportamento mecânico de paredes de alvenaria de pedra tradicional.....	11
2.4.1	Comportamento à tracção, à compressão e ao corte.....	11
2.4.2	Anomalias e mecanismos de rotura comuns em paredes de alvenaria de pedra.....	12
2.5	Análise estrutural: análise elástica linear e análise não linear .....	16
2.6	Método dos elementos finitos.....	19
2.6.1	Elementos finitos: discretização e métodos numéricos .....	19
2.6.2	Propriedades não lineares do programa SAP2000 ® .....	24
2.7	Precisão de modelos numéricos para alvenarias de pedra .....	26
2.8	Método de Escoras e Tirantes.....	28

### 3 DEFINIÇÃO DOS MODELOS DE ANÁLISE

3.1	Caracterização dos modelos e ensaios experimentais de referência.....	35
3.1.1	Modelos experimentais.....	35
3.1.2	Sistema de ensaio de compressão axial .....	36
3.1.3	Sistema de ensaio de compressão-corte.....	36
3.1.4	Soluções de reforço aplicadas nos muretes referência .....	37
3.2	Modelos numéricos .....	39

3.2.1	Materiais .....	40
3.2.2	Caracterização dos modelos treliçados para análise plástica .....	41
3.2.3	Acções verticais e horizontais.....	42
3.2.4	Lintel no topo dos modelos.....	43
3.2.5	Secções das escoras.....	45
3.3	Modelos treliçados reforçados com conectores transversais, Solução I .....	46
3.3.1	Secções das escoras.....	47
3.4	Modelos sólidos para análises elásticas lineares.....	48
3.4.1	Direcções das tensões no espaço.....	48
3.4.2	Caracterização dos modelos sólidos.....	48
3.4.3	Peso próprio .....	49
3.4.4	Acções verticais e horizontais.....	49
3.4.5	Lintel no topo dos modelos.....	49
3.4.6	Modelos sólidos reforçados com conectores transversais, Solução I.....	50
3.4.7	Modelos sólidos reforçados com fitas metálicas.....	50
4	DISCUSSÃO E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	
4.1	Modelo treliçado para compressão simples .....	51
4.2	Modelo de compressão simples reforçado com conectores metálicos transversais .....	52
4.3	Modelos para análise plástica do ensaio de compressão-corte .....	52
4.4	Modelos sólidos para análise elástica linear .....	53
4.4.1	Modelo não reforçado para compressão axial.....	54
4.4.2	Modelo reforçado com conectores transversais (Solução I) .....	57
4.4.3	Modelo reforçado com fitas metálicas contínuas.....	59
4.5	Modelos sólidos para compressão-corte .....	61
4.5.1	Modelo não reforçado, direcções 11 e 33 .....	61
4.5.2	Modelo reforçado com conectores transversais, direcções 11 e 33 .....	64
4.5.3	Modelo reforçado com fitas metálicas, direcções 11 e 33 .....	66
4.5.4	Comparação dos campos de tensões na direcção 22 .....	67

4.5.5	Simulação de uma fachada com aberturas .....	71
5	CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	
5.1	Conclusões.....	77
5.2	Desenvolvimentos futuros .....	79
	REFERÊNCIAS .....	81



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Características estruturais dos edifícios em função da época, na zona de Lisboa .....	8
Tabela 4.1 – Comparação entre resultados experimentais e numéricos .....	51
Tabela 4.2 – Valores de deslocamento do topo dos modelos experimental e numérico .....	52

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Reconstrução de ruínas castrejas graníticas da idade do ferro, Citânia de Briteiros ....	6
Figura 2.2 – Ponte Romana de Vila Formosa, Portalegre .....	6
Figura 2.3 – Capela de São Frutuoso de Montélios, Braga .....	7
Figura 2.4 – Frontal pombalino – parede divisória resistente .....	8
Figura 2.5 – Secções transversais de paredes de alvenaria de pedra .....	10
Figura 2.6 – Gráfico qualitativo do comportamento das alvenarias à compressão .....	11
Figura 2.7 – Gráfico qualitativo do comportamento das alvenarias ao corte .....	11
Figura 2.8 – Ilustração da desagregação de uma parede de alvenaria .....	12
Figura 2.9 – Problemas em paredes de alvenaria de pedra, devido a acções horizontais .....	13
Figura 2.10 – Mecanismo de derrubamento devido ao corte .....	13
Figura 2.11 – Fendilhação cruzada devido a acção sísmica .....	14
Figura 2.12 – Esquema de fendilhação diagonal, por acção de uma força de corte .....	15
Figura 2.13 – Representação de círculo de Mohr para estado de tensão de compressão .....	16
Figura 2.14 – Diagrama qualitativo do comportamento elástico-linear .....	17
Figura 2.15 – Diagrama qualitativo do comportamento rígido- perfeitamente plástico.....	17
Figura 2.16 – Diagrama elástico-plástico com endurecimento e elasto-plástico de Beolchini .....	18
Figura 2.17 – Representação dos graus de liberdade dos nós .....	20
Figura 2.18 – Elemento barra com forças e momentos generalizados .....	21
Figura 2.19 – Método de Newton – Raphson.....	22
Figura 2.20 – Elemento finito membrana genérico .....	23
Figura 2.21 – Elemento Gap.....	25
Figura 2.22 – Representação do elemento modelado como um compósito .....	26
Figura 2.23 – Representação dos elementos junta e unidade .....	26
Figura 2.24 – Representação dos elementos interface, argamassa e unidade.....	27
Figura 2.25 – Deformada do modelo para um dos estados de tensão simulados .....	27
Figura 2.26 – Modelo de escoras e tirantes para viga parede com carga concentrada .....	28
Figura 2.27 – Equilíbrio de nós para modelos de escoras e tirantes.....	29

Figura 2.28 – Micro modelo bidimensional de Hrennikoff .....	30
Figura 2.29 – Representação da viga simplesmente apoiada reforçada de Hrennikoff .....	30
Figura 2.30 – Modelos de escoras diagonais para campos de tensão de cargas horizontais .....	32
Figura 2.31 – Modelo teórico de campo de tensões para ensaio à compressão corte .....	32
Figura 2.32 – Efeito "gargalo" .....	33
Figura 3.1 – Esquema murete pequeno não reforçado .....	35
Figura 3.2 – Esquema do sistema ensaio de compressão axial .....	36
Figura 3.3 – Esquema do sistema de ensaio de compressão-corte .....	37
Figura 3.4 – Esquema de reforço de um murete pequeno com conectores .....	38
Figura 3.5 – “Solução de reforço” com fitas metálicas contínuas .....	38
Figura 3.6 – Cubo elementar do modelo de compressão axial .....	41
Figura 3.7 – Modelos treliçados para implementação de análises plásticas .....	43
Figura 3.8 – Modelo do lintel do topo da estrutura .....	44
Figura 3.9 – Campos de compressão com e sem limitação de deslocamentos do lintel .....	44
Figura 3.10 – Dispersão dos campos de compressão pelas escoras diagonais .....	45
Figura 3.11 – Diagramas de compressão do modelo reforçado com cabos, Plano (Y-Z) .....	47
Figura 3.12 – Representação das componentes do vector das tensões no espaço .....	48
Figura 3.13 – Modelo sólido para compressão axial .....	49
Figura 4.1 – Diagramas de esforços sem e com simulação do atrito no lintel (X-Z) .....	51
Figura 4.2 – Modelo treliçado para compressão-corte (plano X-Z). <b>Erro! Marcador não definido.</b>	
Figura 4.3 – Campos de tensões compressão nas direcções 11 (plano X-Z) e 22 (plano Y-Z) .....	54
Figura 4.4 – Campos de tensões compressão na direcção 33, planos (X-Z) e (Y-Z) .....	55
Figura 4.5 – Vectors representativos da orientação das tensões principais .....	56
Figura 4.6 – Modelo de escoras e tirantes para modelo não reforçado, planos (X-Z) e (Y-Z) .....	56
Figura 4.7 – Campos de tensões compressão, modelo com conectores, direcções 11 e 22 .....	57
Figura 4.8 – Campos de tensões compressão, modelo com conectores, direcção 33 .....	58
Figura 4.9 – Modelo de escoras e tirantes, reforço com conectores, planos (X-Z) e (Y-Z) .....	58
Figura 4.10 – Campos de tensões compressão, modelo com fitas metálicas, direcções 11 e 22 ...	59
Figura 4.11 – Campos de tensões compressão, modelo com fitas metálicas, direcção 33 .....	60
Figura 4.12 – Modelos de escoras e tirantes, modelo reforçado com fitas metálicas, planos (X-Z) e (Y-Z) .....	60
Figura 4.13 – Campo de tensões para compressão-corte na direcção 11 (plano X-Z), modelo não reforçado .....	61
Figura 4.14 – Campo de tensões para compressão-corte na direcção 33 (plano X-Z), modelo não reforçado .....	62



Figura 4.15 – Vectores das direcções principais do modelo não reforçado .....	62
Figura 4.16 – Orientação da resultante inclinada .....	63
Figura 4.17 – Inclinação das escoras do topo do modelo .....	63
Figura 4.18 – Modelo de escoras e tirantes para compressão-corte .....	64
Figura 4.19 – Campo de tensões para compressão-corte na direcção 11 (plano X-Z), modelo reforçado com conectores transversais .....	65
Figura 4.20 – Campo de tensões para compressão-corte na direcção 33 (plano X-Z), modelo reforçado com conectores transversais .....	65
Figura 4.21 – Campo de tensões para compressão-corte na direcção 11 (plano X-Z), modelo reforçado com fitas metálicas contínuas.....	66
Figura 4.22 – Campo de tensões para compressão-corte na direcção 33 (plano X-Z), modelo reforçado com fitas metálicas contínuas.....	66
Figura 4.23 – Campo de tensões para compressão-corte direcção 22 (plano X-Z), modelo não reforçado.....	67
Figura 4.24 – Campo de tensões para compressão-corte direcção 22 (plano X-Z), modelo reforçado com conectores transversais .....	68
Figura 4.25 – Campo de tensões para compressão-corte direcção 22 (plano X-Z), modelo reforçado com fitas metálicas contínuas.....	68
Figura 4.26 – Campos de tensões para compressão-corte na direcção 22 (plano Y-Z, X=200).....	69
Figura 4.27 – Campos de tensões para compressão-corte na direcção 22 (plano Y-Z, X=400).....	69
Figura 4.28 – Campos de tensões para compressão-corte na direcção 22 (plano Y-Z, X=600).....	70
Figura 4.29 – Campos de tensões para compressão-corte na direcção 22 (plano Y-Z, X=800).....	70
Figura 4.30 – Campos de tensões para compressão-corte na direcção 22 (plano Y-Z, X=1000)...	71
Figura 4.31 – Modelo de fachada com aberturas.....	72
Figura 4.32 – Campo de tensões da fachada na direcção 11 (plano X-Z) .....	72
Figura 4.33 – Campo de tensões da fachada na direcção 22 (plano X-Z) .....	73
Figura 4.34 – Campo de tensões da fachada na direcção 33 (plano X-Z) .....	73
Figura 4.35 – Orientação dos vectores das tensões principais da fachada, compressão simples ...	74
Figura 4.36 – Campo de tensões da fachada na direcção 11 (plano X-Z) .....	74
Figura 4.37 – Campo de tensões da fachada na direcção 22 (plano X-Z) .....	75
Figura 4.38 – Campo de tensões da fachada na direcção 33 (plano X-Z) .....	75
Figura 4.39 – Orientação dos vectores das tensões principais da fachada, compressão-corte .....	76







# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUÇÃO**

### **1.1 Motivação e enquadramento do tema**

O edificado antigo português apresenta apreciável heterogeneidade no que diz respeito à origem, conservação e manutenção. Tal é constatável pelas várias tipologias de alvenarias de pedra, resultado de múltiplas variáveis sociais e ambientais.

Factores técnicos e de conforto ligados à construção, aliados a factores económicos relativos ao nível de vida das populações, geraram uma nova realidade social e habitacional, acelerando a ocupação das áreas periféricas das cidades.

Com o desenvolvimento de novas técnicas e materiais de construção nos últimos setenta anos e consequente aumento da construção de estruturas reticuladas em betão armado, os edifícios construídos em alvenaria de pedra perderam capacidade de competir com a construção moderna, com melhores características habitacionais e menores custos e tempo de execução.

O excesso de construção nova, a densificação das periferias, a desertificação dos centros urbanos das grandes cidades (actualmente ocupados, na sua maioria, por serviços) e a importância na preservação do legado histórico, levam a que seja relevante a manutenção, a reabilitação e a reabilitação de muitos edifícios. Na necessidade de intervir a este nível, a possibilidade modelar numericamente uma estrutura de alvenaria de pedra, apresenta-se como uma ferramenta útil na previsão dos campos de tensões e da resistência dos elementos.

Nas últimas décadas têm-se dado grandes desenvolvimentos ao nível dos métodos numéricos e dos programas de análise estrutural. Os métodos computacionais permitem que hoje se façam análises com precisões aceitáveis.

As ciências de materiais (directamente ligadas a métodos observacionais e de análise de comportamento experimental) têm sofrido importantes evoluções no que toca a modelos constitutivos para vários campos, resultantes de uma estreita e simbiótica relação entre os trabalhos de investigação de índole experimental e de modelação numérica [21].

### **1.2 Objectivo**

A generalidade dos edifícios antigos de alvenaria pedra apresenta reduzida capacidade resistente a acções sísmicas, sendo importante conceber soluções aplicáveis na reabilitação destes edifícios, permitindo estimar e melhorar parâmetros como resistência, rigidez e durabilidade [29].

---

As boas práticas de projecto ditam que o reforço e a reabilitação de edifícios, em particular os de alvenaria estrutural, sejam de índole experimental e numérica. Este princípio deve ser parametrizado e seguido de forma sistematizada, por forma a se obterem resultados satisfatórios e comparáveis entre si. Segundo as premissas do CUR – Centre for Civil Engineering Research and Codes – a abordagem deve seguir as seguintes linhas gerais [26]:

- a) Ensaaios experimentais dos materiais para caracterização das suas propriedades;
- b) Formulação de relações constitutivas que devem reproduzir correctamente as propriedades mecânicas dos materiais e o seu comportamento não linear;
- c) Simulação numérica do comportamento estrutural de edifícios através de modelos de elementos finitos, preferencialmente com leis de comportamento não linear;
- d) Verificação da fiabilidade da modelação através da comparação dos seus resultados com ensaios experimentais;
- e) Elaboração de casos-estudo para o desenvolvimento e melhoria de metodologias de trabalho.

O presente estudo surge na sequência de um trabalho de investigação em curso no Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa sobre o comportamento mecânico de diversos modelos experimentais de alvenaria de pedra tradicional, simples e reforçados e corresponde a uma das possibilidades de continuação da tese de doutoramento de F. Pinho [27], orientador científico desta dissertação.

O trabalho aborda a temática da macro-modelação de estruturas de alvenaria de pedra, com base na implementação de análises plásticas a modelos treliçados e análises elásticas lineares a modelos sólidos, recorrendo a um programa de elementos finitos. Os resultados numéricos são comparados com dados obtidos em ensaios com modelos experimentais.

### **1.3 Estrutura do trabalho**

Esta dissertação é composta por cinco capítulos. Nos primeiros dois capítulos, faz-se uma contextualização relativa a paredes de alvenaria de pedra tradicional e aos pressupostos teóricos que estão na base deste trabalho. Nos seguintes, apresentam-se os modelos numéricos desenvolvidos e os resultados obtidos.

Assim, e em síntese, o trabalho está organizado da seguinte forma:

**Capítulo 1 - Introdução**, onde se apresentam o âmbito e o objectivo do trabalho;

**Capítulo 2 - Estado de Arte**, em que se faz uma súmula da evolução das alvenarias de pedra até à actualidade, caracterizam-se as paredes de alvenaria de pedra tradicional e se sintetizam os fundamentos teóricos inerentes à modelação numérica deste tipo de estruturas;

**Capítulo 3 - Descrição dos modelos de análise**, onde se apresentam os modelos experimentais de referência e os modelos numéricos concebidos neste trabalho;

**Capítulo 4 - Discussão e comparação dos resultados**, onde se apresentam os resultados obtidos e se comparam com os dados experimentais de referência;

**Capítulo 5 - Conclusões e desenvolvimentos futuros.**





## CAPÍTULO 2

### ESTADO DA ARTE

#### 2.1 Introdução

Neste capítulo, faz-se uma breve abordagem à origem e evolução histórica dos principais tipos de alvenaria em Portugal, bem como suas principais anomalias e técnicas de reabilitação, com base em bibliografia existente. Além disto, abordam-se os métodos de análise numérica, tendo em vista o enquadramento com a modelação desenvolvida no âmbito desta dissertação.

O significado actual de “alvenaria” em pouco difere do sentido da sua palavra originária, sendo resultante da evolução fonética da palavra de origem árabe *al-bannà*, que significa pedreiro [14]. Alvenaria é um termo amplamente utilizado para designar um material heterogéneo, resultante da associação de vários elementos, com dimensões e formas igualmente variáveis e habitualmente reduzidas, associados por disposição relativa ou ligados via um aglutinador, podendo este material aglutinador ser uma argamassa de gesso, cal ou cimento [27].

Em edifícios de alvenaria de pedra, os elementos estruturais preponderantes são as paredes e as fundações [13]. As paredes resistentes são exteriores ou interiores, sendo as fundações elementos estruturais com função de transmitir as cargas da parede ao terreno onde esta se apoia [3].

#### 2.2 Enquadramento histórico

A construção em alvenaria é das mais antigas técnicas construtivas conhecidas, constituindo importante legado histórico a nível social, económico e cultural. Apesar do termo moderno ser de origem árabe, a construção em alvenaria de pedra remonta a períodos anteriores à invasão muçulmana no Século VIII.

Na Península Ibérica, a diversidade nas tipologias de alvenarias de pedra é apreciável a nível regional, devido a factores como a heterogeneidade de materiais disponíveis em ambos os países e também às influências arquitectónicas e de diferentes tecnologias de construção, por parte de variadas culturas estrangeiras.

Em Portugal, a herança de construções em alvenaria de granito no Centro/Norte e na região do Alentejo é generalizada, devido à abundância desta rocha.

---

Do período pré-romano (até III a.C.), assinala-se a construção do tipo pedra seca, com blocos de pedra dispostos sem argamassa, figura 2.1.



Figura 2.1 – Reconstrução de ruínas castrejas graníticas da idade do ferro, Citânia de Briteiros [37, 42]

Da época da ocupação romana (II a.C. a III d.C.) [38], importa referir construções como estradas, pontes, aquedutos, calçadas, castelos, catedrais e templos religiosos [13], em alvenaria ou cantaria<sup>1)</sup>. A influência romana foi disseminada por todo o país, consequência da ocupação abrangente e dominadora deste povo. De ruínas com interesse arqueológico a estruturas ainda em utilização, as marcas da intervenção deste povo em Portugal são variadas, como se exemplifica na figura 2.2, com uma imagem da Ponte Romana de Vila Formosa, em Portalegre.

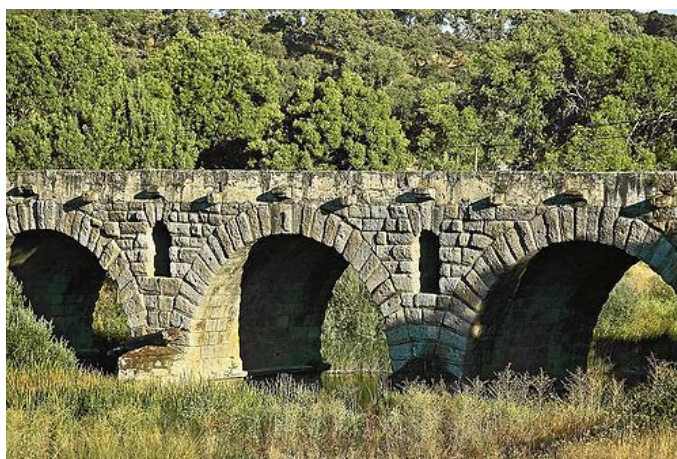


Figura 2.2 - Ponte Romana de Vila Formosa, Portalegre [37]

---

<sup>1)</sup> Designa-se por paredes de cantaria as formadas por pedras de grandes dimensões aparelhadas assentes com finas camadas de argamassa [28]

Findo o período romano, as construções de alvenaria de pedra aparelhada constituem outra parte do legado de construções antigas que permaneceram até hoje nas zonas Centro/Norte do país, reportando às heranças Sueva e Visigótica, povos de origem germânica que ocuparam e permaneceram no país de III d.C. a VIII d.C. [38], figura 2.3.



Figura 2.3 – Capela de São Frutuoso de Montélios, Braga [37]

No Século VIII, dá-se a invasão e consequente ocupação árabe, iniciando-se um período que influenciaria de forma categórica a construção no Sul do país. Da sua permanência, retêm-se as construções em terra crua, de que é exemplo a taipa e/ou adobe e práticas como a caiação das paredes dos edifícios, soluções aplicadas em zonas como Alentejo e Algarve até ao século XX.

Na época medieval, a mudanças sociais consequentes dos princípios reformadores implementados na Europa afectaram a construção, precipitando adaptações das técnicas construtivas aos menores recursos disponíveis. Esta necessidade levou à compreensão do funcionamento das estruturas para sua optimização a nível económico. Devido à actividade das ordens religiosas, a partir do século XI a arte da construção saiu da rusticidade. No período Gótico, o recurso a arcos ogivais permitiu reduzir a espessura das paredes, por diminuição dos impulsos horizontais, e aumentar a altura dos edifícios [14].

Nos séculos seguintes, para além da evolução das bases científicas, técnicas construtivas e recorrente recuperação estilos arquitectónicos, dá-se a consciencialização da necessidade de melhorar a resposta dos edifícios às acções sísmicas, dando origem a novas soluções estruturais. Exemplo disso é a reconstrução de Lisboa iniciada no século XVIII, consequência do terramoto de 1755. Neste processo de reconstrução urbana, recorreu-se de forma ampla ao conceito de gaiola [13].

Este conceito, pensado para aumentar a flexibilidade dos edifícios e consequente comportamento à acção sísmica, consiste numa estrutura treliçada tridimensional em madeira para resistir às acções horizontais, revestida por alvenaria de pedra, figura 2.4.



Figura 2.4 - Frontal pombalino – parede divisória resistente [25]

Progressivamente, estas técnicas deram origem, cerca de um século depois, aos edifícios “gaioleiros”, caracterizados por um declínio da qualidade das edificações com vista a construções mais rápidas e económicas [13].

Na evolução da construção, a transição definitiva da construção antiga para a moderna ocorre, em Portugal, nos anos quarenta do Século XX, com a utilização generalizada do betão armado. O betão, material compósito com grande resistência à compressão, e as ligas de aço, revolucionaram as técnicas construtivas, remetendo as construções de alvenaria de pedra para um interesse patrimonial e de reabilitação. Podem resumir-se os processos construtivos da zona de Lisboa em dois períodos distintos, como demonstrado na tabela seguinte:

Tabela 2.1 – Características estruturais dos edifícios em função da época, na zona de Lisboa [19, 28]

<b>Época de Construção</b>	<b>Características Estruturais</b>
Anterior a 1755	Alvenaria de pedra
Entre 1755 e 1870	Alvenaria da época Pombalina
Entre 1870 e 1930	Alvenaria tipo gaioleiro
Entre 1930 e 1940	Estrutura mista de alvenaria e betão armado
Entre 1940 e 1960	Betão armado e alvenaria de tijolo
Depois de 1960	Betão armado

## **2.3 Caracterização Construtiva**

Apesar de esta dissertação incidir na análise numérica de modelos experimentais de alvenaria de pedra tradicional, faz-se neste capítulo uma breve caracterização deste tipo de estruturas para enquadramento do estudo desenvolvido posteriormente.

### **2.3.1 Fundações**

O comportamento estrutural de edifícios antigos está relacionado com a interacção solo – estrutura, condicionada pelas fundações [33]. Estas são, geralmente, constituídas por sapatas contínuas ligadas às paredes e por sapatas isoladas ligadas aos pilares. Além de poderem ser contínuas ou descontínuas, estes elementos estruturais podem ainda dividir-se em dois tipos, consoante a sua profundidade, por directas ou profundas.

As fundações directas são um prolongamento das paredes estruturais verticais, servindo de transição para o solo de fundação. Na sua execução eram usadas pedras de maiores dimensões e mais compactas, de forma a suportarem as cargas sem comprometer a estabilidade, salvaguardando a segurança ao esmagamento. Podiam, no caso de solos de melhor qualidade, ser concebidas mantendo a espessura das paredes que lhes estão ligadas, ou, nos de pior qualidade, com a largura de envasamento. As fundações indirectas executavam-se quando era necessário recorrer a estratos de solo mais profundos, com a finalidade de mobilizar uma maior capacidade resistente do terreno [13].

Outro exemplo de fundações indirectas é a estacaria de madeira. Esta solução apresenta algumas limitações relativas à natureza do solo, nomeadamente das camadas atravessadas pelas estacas antes de se atingir estratos mais firmes, bem como pela requerida nobreza do material que as compõe [28].

### **2.3.2 Paredes de alvenaria de pedra**

As paredes de alvenaria de pedra podem ser classificadas quanto à sua função/localização no edifício. Todos os elementos desempenham funções estruturais sendo que as paredes resistentes (também designadas por paredes mestras) têm papel preponderante na estabilidade do edifício na capacidade resistente a solicitações gravíticas [26], apresentando frequentemente elevada espessura e sendo constituídas por materiais heterogéneos [13].

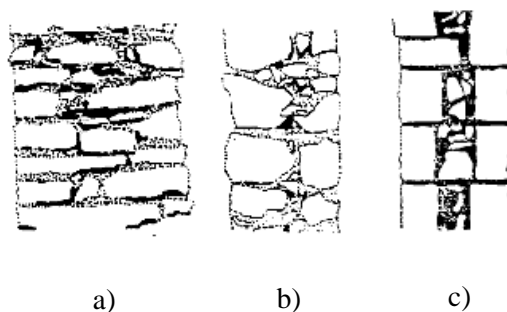
As paredes divisórias desempenham um papel fundamental no travamento geral da estrutura, na ligação entre paredes, pavimentos e cobertura. A interligação entre os elementos construtivos influi na capacidade resistente global dos edifícios à acção sísmica, por exemplo, contribuindo peremptoriamente para a dissipação da sua energia. Por outro lado, estes elementos

estão sujeitos a um acréscimo de solicitações durante a vida do edifício, devido a alterações das condições de equilíbrio estático resultantes do envelhecimento e fluência dos materiais, bem como de movimentos diferenciais das fundações, acção de sismos ou aumento de sobrecargas [28].

Como exemplo de alvenarias de pedra, incluem-se as alvenarias de pedra tradicional, pedra irregular ou ordinária. A execução destes elementos seguia fases definidas, começando pela abertura dos “caboucos”, para as fundações, aos quais poderiam ser aplicadas entivações (por questões de segurança dos operários), seguindo-se a efectiva execução das fundações.

As paredes de alvenaria de pedra podem apresentar uma, duas ou três folhas, sendo que o que distingue as de uma ou duas folhas é o facto de os elementos que compõem a secção transversal se encontrarem devidamente imbricados (elementos devidamente interligados entre si), bem como a utilização de perpianhos<sup>2)</sup>. No caso de paredes construídas com três folhas, estas apresentam geralmente um núcleo central mais pobre formado por pedras (ou outros materiais) de menores dimensões, muitas vezes resultantes do escacilhamento<sup>3)</sup> de pedras maiores, utilizadas nas folhas exteriores [28].

Em qualquer dos casos, as paredes de múltiplas folhas são caracterizadas por uma morfologia irregular, estando muito propensas a roturas frágeis, acentuadas pela separação das camadas e perda de material, tornando-se ainda mais importante a existência, nestes casos, de perpianhos, de forma a minimizar os fenómenos de fendilhação vertical e abaulamento [13]. Na figura 2.5 representam-se esquematicamente secções transversais de paredes de uma, duas e três folhas.



a) Parede de uma folha; b) Parede de duas folhas; c) Parede de três folhas

Figura 2.5 – Secções transversais de paredes de alvenaria de pedra [7]

<sup>2)</sup> Perpianhos – blocos de grande dimensão que apresentam comprimento igual à largura da parede, promovendo adequado travamento vertical [28]

<sup>3)</sup> Escacilho – agregado constituído por lamelas de pequenas dimensões provenientes de britagem [39]



## 2.4 Comportamento mecânico de paredes de alvenaria de pedra tradicional

Apesar da diversidade de técnicas e de materiais aplicados na construção de paredes de alvenaria de pedra, é possível estabelecer traços comuns à maioria das tipologias, relativamente a algumas características mecânicas.

### 2.4.1 Comportamento à tracção, à compressão e ao corte

Os diagramas seguintes representam as relações tensão-deslocamento de estruturas deste tipo, relativos a ensaios de compressão e compressão-corte, pretendendo-se desta forma ilustrar alguns dos parâmetros representativos do seu comportamento [21]. Na figura 2.6 exemplifica-se o comportamento de um modelo de alvenaria ensaiado à compressão axial.

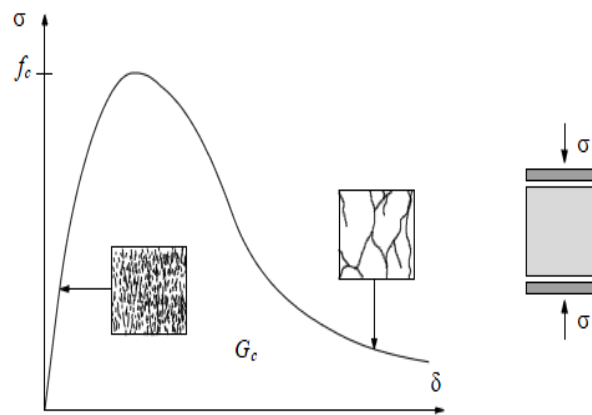


Figura 2.6 - Gráfico qualitativo do comportamento das alvenarias à compressão [21]

Quanto a forças de compressão-corte, a resistência destes elementos é variável e muitas vezes dependente das argamassas que os constituem, figura 2.7.

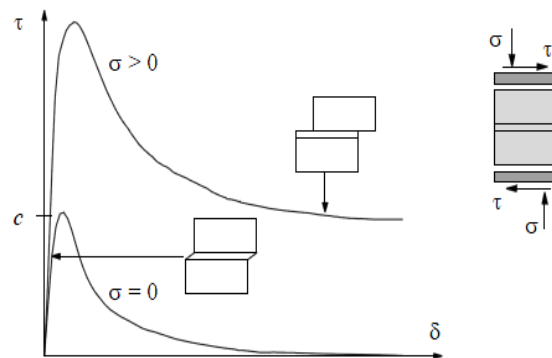


Figura 2.7 - Gráfico qualitativo do comportamento das alvenarias ao corte [21]

---

Constata-se que nas relações constitutivas referentes a quaisquer dos comportamentos ilustrados verifica-se, generalizadamente, a existência de um ramo de amolecimento após se atingir a máxima capacidade resistente à acção em causa. Este amolecimento é acompanhado de uma consequente diminuição da resistência, devido à propagação de micro-fendas nos elementos, característica de materiais quasi-frágeis como betão, argamassas, tijolos cerâmicos e rochas. No fim do ramo de amolecimento, a fendilhação resultante apresenta diferentes geometrias dependendo das acções, conforme pode ser observado nos esquemas de carregamento apresentados [26].

#### 2.4.2 Anomalias e mecanismos de rotura comuns em paredes de alvenaria de pedra

O comportamento de uma parede de alvenaria está dependente de factores como [6]:

- Geometria e acções
- Propriedades individuais de cada um dos seus constituintes e monolitismo da estrutura

A resistência de uma parede de alvenaria de pedra depende, geralmente, das propriedades individuais dos seus constituintes e seu monolitismo, que se pode definir como a resposta de um material compósito num corpo único. O reduzido monolitismo de paredes de alvenaria de pedra com uma ou duas folhas quando sujeitas a acções horizontais ou a cargas excêntricas, representado na figura 2.8, é um problema grave e transversal a muitos edifícios antigos [7].

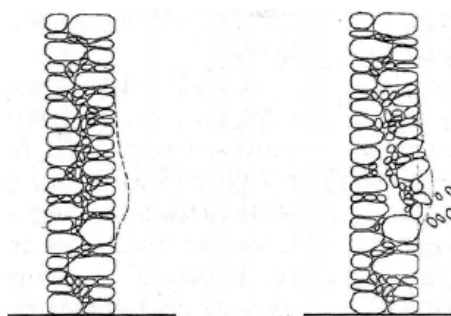


Figura 2.8 - Ilustração da desagregação de uma parede de alvenaria por reduzido de monolitismo [7]

Os edifícios antigos podem apresentar múltiplas anomalias, podendo o processo de degradação dos elementos ser consequência da conjugação de diversos factores como acções naturais de índole física, química ou biológica, de que são exemplos presença de água, variações de temperatura, penetração de raízes, ou consequências da utilização ou da intervenção directa dos seus utilizadores.



A rotura/colapso de uma parede de um edifício de alvenaria de pedra pode dar-se de forma parcial ou total, no plano da parede ou no seu plano perpendicular, podendo qualquer tipo de dano condicionar o comportamento normal da estrutura ao conferir-lhe características não lineares geométricas [7]. As principais causas para problemas ao nível das paredes são:

- Assentamentos diferenciais das fundações
- Acção de cargas horizontais
- Alterações estruturais nas lajes ou pavimentos de pisos superiores que aumentem/alterem as cargas gravíticas a que o elemento está sujeito

Os problemas mais frequentes ao nível das paredes de alvenaria, devido a acções horizontais, são: fendilhação no plano da parede e derrubamento no seu plano perpendicular [26], como se esquematiza na figura 2.9.

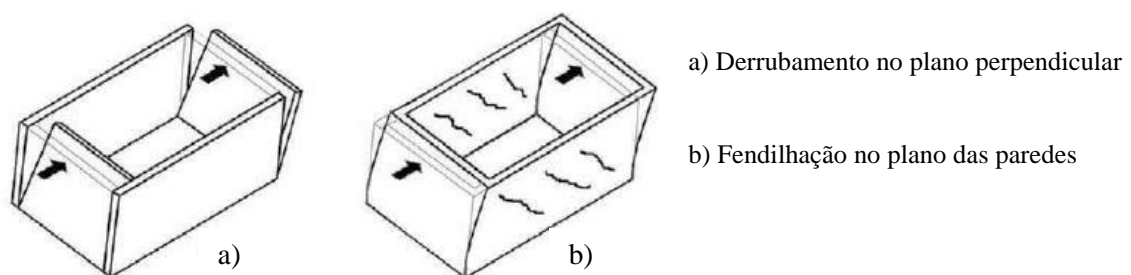


Figura 2.9 – Problemas frequentes em paredes de alvenaria de pedra, devido a acções horizontais: [26]

O derrubamento dá-se para fora do plano da parede ao nível dos elementos de fachada. Resulta de um mecanismo de flexão composta para o qual o monolitismo da estrutura é importante. Este mecanismo está esquematizado na figura 2.10, que ilustra um derrubamento de uma parede monolítica genérica, sujeita a acções de compressão-corte.

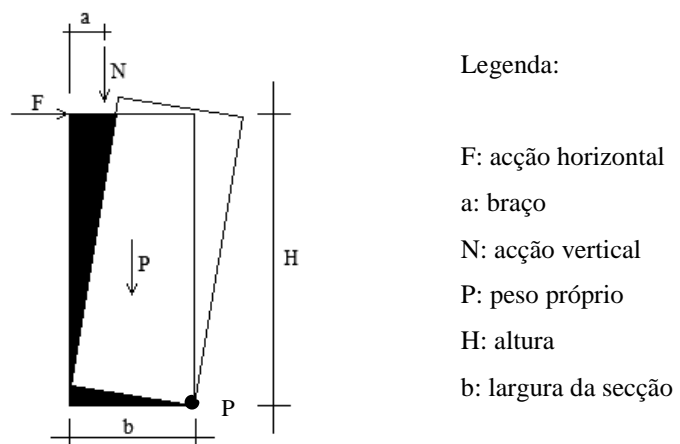


Figura 2.10 - Mecanismo de derrubamento devido ao corte [15]

Neste caso, quando o momento instabilizante,  $M_i$ , supera o momento resistente,  $M_r$ , em relação ao ponto “P” assinalado na figura 2.10, pode dar-se uma rotação na base da parede:

$$M_i \geq M_r \Leftrightarrow \quad (2.1)$$

$$\Leftrightarrow F \times H \geq N \times (b - a) + P \times \frac{b}{2} \quad (2.2)$$

A fendilhação em edifícios de alvenaria de pedra é uma anomalia que se verifica quando os elementos são sujeitos a esforços que excedem as suas máximas capacidades resistentes à tracção e à flexão. Numa parede, pode ocorrer fendilhação em pontos fracos do elemento onde haja concentração de tensões, nomeadamente na intersecção de paredes ortogonais e aberturas de portas e janelas [28].

A orientação das fendas pode ser vertical, horizontal ou diagonal, dependendo do fenómeno que as gera. Caso se verifiquem cargas verticais sobre o elemento que excedam a sua máxima capacidade resistente à compressão, pode dar-se fendilhação vertical. Quando motivada por acções sísmicas, pode ocorrer fendilhação horizontal e/ou fendas inclinadas cruzadas, devido a poderem verificar-se elevados esforços de corte nas fundações, aproximadamente a 45° [28], como se mostra na figura 2.11. No âmbito deste trabalho, incidir-se-á na fendilhação diagonal.



Figura 2.11- Fendilhação cruzada devido a acção sísmica [28]

Com o objectivo de estimar cargas de colapso e simular a resposta de estruturas de alvenaria às acções horizontais, têm-se vindo a desenvolver ensaios de modelos experimentais sujeitos a combinações de acções de compressão-corte. Neste género de análise, a relação entre as

grandezas das cargas aplicadas é importante dado que, de acordo com o demonstrado relativamente ao mecanismo de derrubamento, se o peso próprio e a acção axial provocarem um momento resistente suficiente para evitar o derrubamento da estrutura pela força de corte, é espectável que a rotura dos modelos se dê segundo uma superfície de fendilhação diagonal, como se esquematiza na figura 2.12.

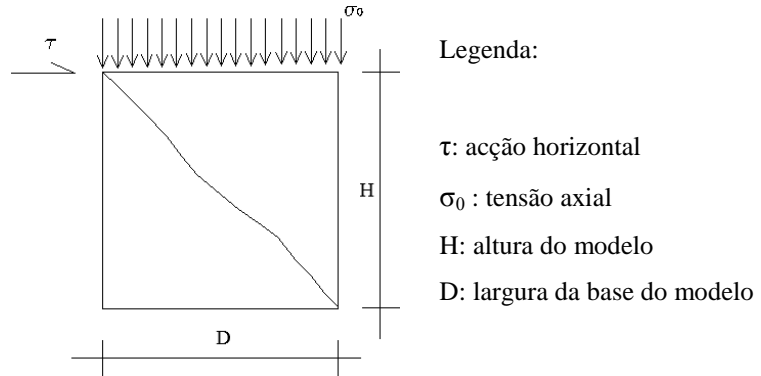


Figura 2.12 - Esquema de fendilhação diagonal, por acção de uma força de corte

A resistência mecânica das estruturas de alvenaria de pedra à combinação destas acções é dependente da capacidade resistente à compressão mas também, e principalmente no que diz respeito às argamassas, da sua resistência ao corte. Nesse sentido, existem alguns critérios de rotura que podem ser aplicados para estimar este parâmetro.

Um dos critérios mais utilizados para a quantificação da máxima tensão tangencial nas juntas argamassadas ou secas, para níveis de compressão moderados, é o Critério de Mohr-Coulomb, apresentando-se em seguida a sua formulação e os seus parâmetros fundamentais [14].

Para a aplicação deste critério, há dois parâmetros a referir:

- Coesão (C): tensão residual de corte na ausência de compressão axial
- Ângulo de atrito interno ( $\varphi$ )

Segundo este critério, a máxima tensão axial,  $\sigma_c$ , é dependente da coesão, C, e do ângulo de atrito interno,  $\varphi$ , conforme se constata na equação 2.3.

$$\sigma_c = \frac{2 \times C \times \cos \varphi}{\sin \varphi - 1} \quad (2.3)$$

O material inicia a plastificação quando a recta correspondente à máxima tensão tangencial admissível,  $\tau$ , obtida pela expressão 2.4, é tangente ao círculo representativo do estado de tensão, como se pode observar na figura 2.13 [4].

$$\tau = C - \sigma_c \times \tan \varphi \quad (2.4)$$

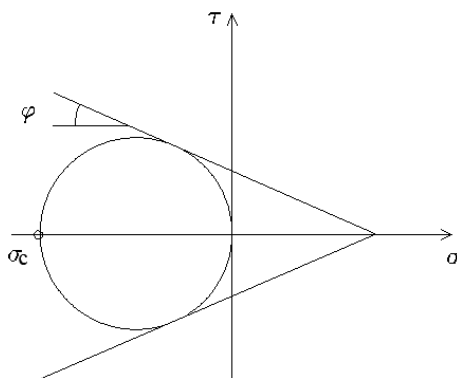


Figura 2.13 - Representação de círculo de Mohr para estado de tensão de compressão[4]

A análise segundo este critério é habitualmente direccionada para o comportamento ao corte nas interfaces entre elementos argamassados ou de junta seca, para estados de compressão moderados. Para elementos de junta seca, a coesão é considerada nula dada a inexistência de qualquer tipo de argamassa nas juntas ou para ligação entre elementos [14].

## 2.5 Análise estrutural: análise elástica linear e análise não linear

Uma análise estrutural pode ser feita segundo diferentes abordagens, de que são exemplos a análise elástica linear e a análise não linear. Em qualquer dos casos, quantificam-se as variáveis características do comportamento resistente da estrutura. Esta caracterização pode ser feita com base em modelos matemáticos mais ou menos complexos, que simulem esse comportamento.

O modelo matemático mais simples apresenta-se na análise elástica linear, em que se admite que a resposta da estrutura é linear, sendo o comportamento mecânico dos seus elementos elástico linear. Baseia-se, igualmente, em pressupostos de linearidade física e na hipótese dos pequenos deslocamentos e deformações. Embora conservativo, é um modelo constitutivo muito utilizado em engenharia [21], figura 2.14.

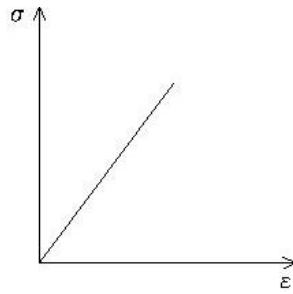


Figura 2.14 - Diagrama qualitativo do comportamento elástico-linear [4]

Como exemplo de outra abordagem, na figura 2.15 apresenta-se um diagrama representativo de um comportamento rígido-perfeitamente plástico, usado para análise por rótulas plásticas ou linhas de rotura.

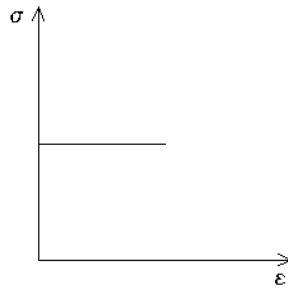


Figura 2.15 - Diagrama qualitativo do comportamento rígido-perfeitamente plástico [4]

Quando um material/estrutura apresenta um comportamento não linear, como é o caso das alvenarias de pedra, a sua aproximação por modelos matemáticos não é elementar devido à grande variabilidade na resposta às acções e à possibilidade da origem da não linearidade ser geométrica e/ou material [4, 41]. A rigidez da estrutura e/ou as condições de limite podem ser afectados por deslocamentos induzidos, motivando o equilíbrio da estrutura para uma geometria deformada e conferindo uma não linearidade geométrica. Para características não lineares materiais baseadas em relações constitutivas tensão-deformação, originam-se conjuntos de equações simultâneas não lineares para um equilíbrio variável, motivando o recurso a um método iterativo para obter uma solução [4, 11, 41].

O comportamento das alvenarias de pedra à acção de forças monotónicas é geralmente traduzido por leis não lineares, que podem ser aproximadas por relações multi-lineares frequentemente bi-lineares [26]. Beolchini sugeriu, para caracterização numérica de alvenarias comprimidas, um diagrama elasto-plástico, que prevê uma primeira fase aproximadamente elástica linear até se atingir a cedência do material, estado a partir do qual se define um patamar de deformação a tensão constante [6]. Na figura 2.16 apresenta-se um diagrama de comportamento elástico-plástico, usado com aproximação por métodos iterativos e o diagrama de comportamento elasto-plástico proposto por Beolchini.

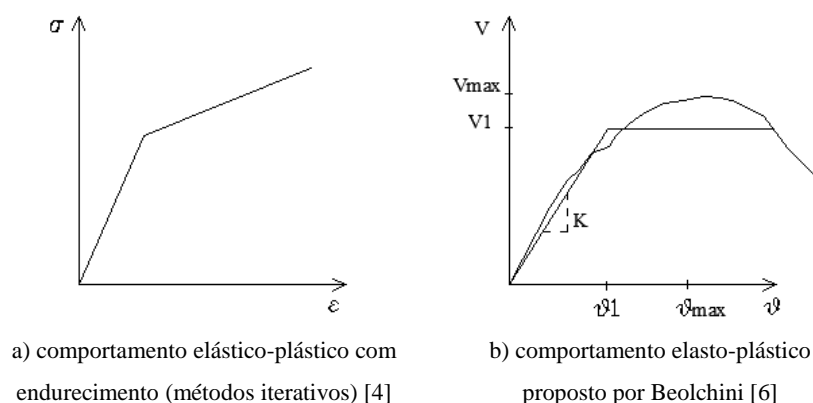


Figura 2.16 – Diagrama elástico-plástico com endurecimento e elasto-plástico de Beolchini

Como já foi referido, as alvenarias de pedra são constituídas por materiais cujas características constitutivas conferem razoável resistência à compressão e baixa ou inexistente resistência a esforços de tracção. Além disto, a anisotropia do seu comportamento e a existência de superfícies de descontinuidade podem tornar a modelação deste género de estruturas uma tarefa complexa, quão mais próximo da realidade se pretender os resultados.

Modelos já existentes permitem simular as principais características do comportamento não linear das alvenarias, replicando de forma aproximada o comportamento mecânico desde o início do carregamento até à rotura. No entanto, a utilização destes modelos depende da precisão pretendida pelo operador e pode ser muito exigente a nível computacional, exigindo uma refinada caracterização mecânica dos materiais, não sendo sempre possível, ou adequado, a sua utilização na modelação de estruturas em alvenaria de pedra [14].

Na modelação de estruturas de edifícios antigos, a metodologia corrente baseia-se nas técnicas de modelação pelo método dos elementos finitos. Seguindo este método, os vários componentes das estruturas como colunas, arcos, abóbadas ou paredes são modelados através da combinação de elementos estruturais predefinidos, nomeadamente elementos de viga, de laje ou de casca, para os quais se admite, em geral, um comportamento material elástico linear.

Podem também ser introduzidas, artificialmente, alterações geométricas ou das características dos materiais, de que são exemplos articulações ou módulos de elasticidade reduzidos, de forma a simular efeitos não lineares simples.

## 2.6 Método dos elementos finitos

O método dos elementos finitos permite obter soluções aproximadas para modelos estruturais, dividindo uma estrutura complexa em várias subestruturas simples com comportamento conhecido, designadas por "elementos finitos", com garantia de continuidade entre cada uma delas e verificação das condições de fronteira. É indicado como o método de discretização espacial mais adequado para aplicações com relações constitutivas não lineares [14].

A resolução de problemas lineares por integração das equações fundamentais <sup>4)</sup> é limitada, pela sua complexidade, a estruturas de geometria e carregamento simples. Enquanto no caso de problemas elásticos lineares, a utilização do método dos elementos finitos conduz a um sistema de  $n$  equações a  $n$  incógnitas, em problemas não lineares tal não se verifica. Se se pretender que o material apresente um comportamento, por exemplo, elasto-plástico, surgem dificuldades adicionais que restringem a aplicação do método, obrigando à consideração de hipóteses simplificativas [4].

Em estruturas complexas, o número de equações diferenciais resultantes deste método pode ser muito grande, sendo necessário o auxílio de métodos numéricos computacionais que englobem a discretização das estruturas, para chegar a resultados satisfatórios [4, 18] para campos de tensões e deslocamentos.

Programas como *ANSYS*®, *ADINA*®, *DIANA*®, *ATENA*® permitem conceber modelos com maior ou menor precisão e realizar análises não lineares estáticas ou dinâmicas. Neste trabalho, recorreu-se ao programa de elementos finitos *SAP2000*®. [11].

### 2.6.1 Elementos finitos: discretização e métodos numéricos

Na discretização pelo método dos elementos finitos, é considerada a formulação de compatibilidade correspondente ao método dos deslocamentos. As incógnitas do problema são os deslocamentos nodais,  $\{U\}$ . Para casos lineares, o cálculo é feito com base na equação 2.5.

$$[K] \times \{U\} = \{F\} \quad (2.5)$$

A equação 2.5 representa um sistema de  $n$  equações lineares a  $n$  incógnitas, sendo  $[K]$  a matriz de rigidez, onde se concentram as premissas de cálculo, bem como propriedades do elemento e regras que fundamentam o seu previsível comportamento [4, 5, 23].

---

<sup>4)</sup> Equações de forma-deformação, de equilíbrio e constitutivas usadas como base da formulação clássica dos problemas de elasticidade linear [12]

As respostas dos modelos estruturais são condicionadas pelo comportamento dos nós de ligação. Cada nó de ligação tem seis libertações possíveis, também designadas por graus de liberdade, correspondentes aos deslocamentos generalizados da teoria do Método dos Elementos Finitos. De acordo com a figura 2.17, esses graus de liberdade são translações e rotações nos três eixos locais, designadas respectivamente por  $a_1, a_2, a_3$  e  $\theta_1, \theta_2$  e  $\theta_3$  [5, 11].

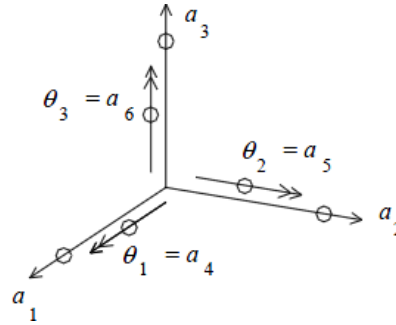


Figura 2.17 - Representação dos graus de liberdade dos nós [5]

Cada um dos seis graus de liberdade pode ser restrito de forma independente, sendo que a restrição de um pode influenciar os resultados numéricos obtidos dos restantes, interferindo directamente no sistema de equações criado para o problema.

Genericamente, dois nós podem ser ligados por um elemento barra, podendo este apresentar efeitos de esforço axial, corte biaxial, flexão biaxial, torção, e sendo afectado pelos deslocamentos generalizados das suas extremidades.

Em correspondência com estes deslocamentos, têm-se 6 forças e momentos generalizados possíveis. Nas expressões 2.6 e 2.7,  $\{F\}^T$  representa o vector das forças exteriores que actuam nos nós da estrutura e  $\{U\}^T$  o vector dos deslocamentos nodais, nas suas formas transpostas [4, 5, 23].

$$\{F\}^T = \{F_{Xi}, F_{Yi}, F_{Zi}, M_{Xi}, M_{Yi}, M_{Zi}, F_{Xj}, F_{Yj}, F_{Zj}, M_{Xj}, M_{Yj}, M_{Zj}\} \quad (2.6)$$

$$\{U\}^T = \{\delta_{Xi}, \delta_{Yi}, \delta_{Zi}, \theta_{Xi}, \theta_{Yi}, \theta_{Zi}, \delta_{Xj}, \delta_{Yj}, \delta_{Zj}, \theta_{Xj}, \theta_{Yj}, \theta_{Zj}\} \quad (2.7)$$

Neste ponto, o conjunto dos elementos barra constituem estruturas treliçadas, com as rotações nos nós restringidas e apenas com comportamento axial. O módulo de elasticidade é considerado constante em todos os pontos da barra e a área de secção transversal assumida como constante ao longo do eixo da barra. O sistema de eixos associado pressupõe a direcção 1 como direcção longitudinal, sendo as direcções 2 e 3 perpendiculares à primeira, figura 2.18 [5, 11].



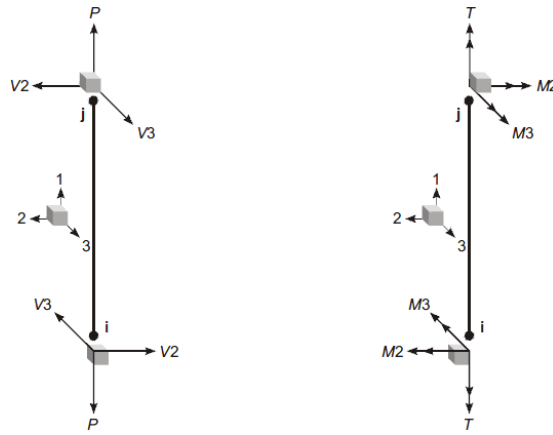


Figura 2.18 - Elemento barra com forças e momentos generalizados [11]

As características mecânicas e geométricas, associadas ao comprimento da barra, condicionam apenas os deslocamentos e forças generalizadas relativos à direcção longitudinal do elemento. Na expressão 2.8, apresenta-se a matriz de rigidez correspondente [4, 5, 23].

$$K = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

O produto  $[K] \times \{U\}$  da equação 2.5 corresponde às forças interiores  $f_i$  para um determinado campo de deslocamentos. Pela equação 2.9, para haver equilíbrio tem que se verificar [4]

$$f_i(U) - \{F\} = 0 \quad (2.9)$$

Se o comportamento do material for não linear, a matriz de rigidez  $[K]$  passa a ser variável e dependente do campo de deslocamentos, deixando de ser possível o cálculo com o sistema de equações inicial. Se os deslocamentos não corresponderem à solução correcta, passa a existir um vector de forças não equilibradas  $\{\Psi\}$ , conforme se apresenta na equação 2.10 [4].

$$f_i(U) - \{F\} = \Psi(U) \quad (2.10)$$

É necessário recorrer a um método iterativo que permita a convergência das soluções. No seguimento do demonstrado anteriormente, o problema consiste agora no cálculo da nova incógnita do sistema de equações apresentada na expressão 2.11, sendo esta o vector de forças dependente dos deslocamentos,  $\Psi(U)$ , que verifica o sistema de  $n$  equações não lineares a  $n$  incógnitas [4]

$$\Psi(U) = 0 \quad (2.11)$$

A aplicação das cargas é feita de forma incremental, sendo as equações resolvidas iterativamente, passo a passo, até se dar a convergência das soluções segundo o critério de controlo escolhido [11]. Os critérios correntemente utilizados podem ser em termos de forças, de deslocamentos ou em termos energéticos [14]. Neste trabalho, o critério são as forças exteriores. Estas são aplicadas de forma incremental até ao valor máximo pretendido, para velocidade e deslocamentos iniciais nulos. O método iterativo seguido é o de Newton - Raphson, cuja fórmula geral se apresenta na equação 2.12 [4, 11]:

$$\Psi_n - \frac{f(\Psi_n)}{f'(\Psi_n)} = \Psi_{n+1} \quad (2.12)$$

Este método impõe reformulações ao nível da matriz de rigidez. Esta é calculada pelo declive da tangente ao diagrama força-deslocamento correspondente sistema de equações da estrutura, para cada incremento de carga, conforme é demonstrado na figura 2.19 [14].

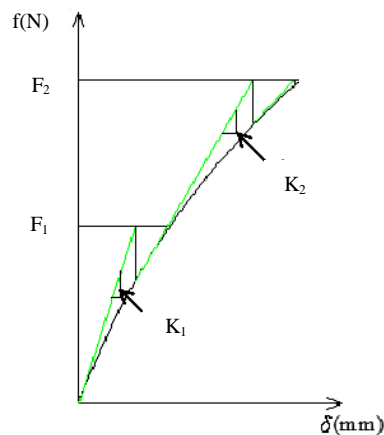


Figura 2.19 - Método de Newton – Raphson (adaptado de [14])

Este método é seguido em vários programas de elementos finitos devido a conduzir a menos iterações, ainda que cada uma delas corresponda a um processo iterativo significativo [14].

No caso de o equilíbrio não ser possível, as iterações do método não convergem e não se obtém uma solução válida, sendo necessário reformular a estrutura analisada ou as características não lineares atribuídas aos materiais.

Abordam-se agora os modelos numéricos baseados em elementos sólidos para implementação de análises elásticas lineares. Os elementos sólidos tiveram por base elementos membrana (denominados shell – thin no programa utilizado), baseados na teoria de lajes de Kirchhoff, desprezando-se a contribuição do esforço transversal. São elementos com três ou quatro nós, com comportamento linear, homogéneo, para modelação de sólidos bidimensionais com espessura constante. Tensões ou deformações são assumidas como invariáveis na espessura [5, 10, 11].

Neste trabalho, os elementos membrana utilizados são quadrangulares, conforme se representa de forma genérica e com os deslocamentos generalizados no plano, na figura 2.20.

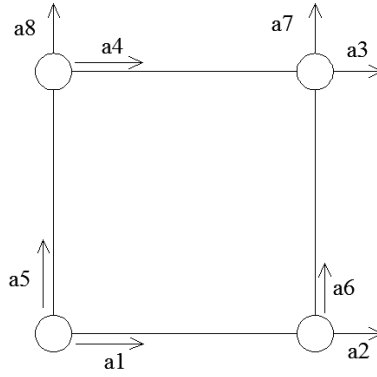


Figura 2.20 - Elemento finito membrana genérico [10]

O cálculo dos elementos membrana é feito por integração numérica, recorrendo ao método à Quadratura de Gauss. Este método aproxima o integral analítico para cálculo da rigidez do elemento através de um somatório no seu domínio, neste caso quadrilateral, com  $2 \times 2$  pontos. A expressão genérica da Quadratura de Gauss, para um caso bidimensional de intervalo  $[-1, 1]$ , apresenta-se na equação 2.13 [5, 10, 11].

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(x,y) \delta x \delta y \approx \sum_{i=1}^n W_i \times \int_{-1}^1 f(x_i,y) \delta y \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m W_i \times W_j f(x_i,y_j) \quad (2.13)$$

Na equação 2.13,  $f(x,y)$  representa a função polinomial a integrar e  $W_{ij}$  o peso do sub-intervalo de integração correspondente aos pontos de amostragem [5, 10].

---

Os elementos sólidos (solid) utilizados nestes modelos tiveram por base a divisão de um elemento membrana em subelementos com espessuras menores e atribuição de propriedades de sólido. A principal diferença entre elementos membrana e sólidos prende-se com o facto dos primeiros serem planos com espessura constante e três ou quatro nós, sendo os segundos elementos sólidos tridimensionais, no mínimo com quatro nós no espaço. Nesta dissertação utilizaram-se elementos sólidos de 8 nós, com geometria paralelepípedica rectangular.

As características mecânicas e propriedades dos materiais mantêm-se, em relação aos elementos membrana. O método de cálculo seguido é também a Quadratura de Gauss para uma ordem de integração, neste caso, de  $2 \times 2 \times 2$ , implementada nas três direcções das coordenadas de cada ponto de amostragem e com o número de pontos a variar entre 2 e 6 [5, 10, 11].

### **2.6.2 Propriedades não lineares do programa SAP2000®**

Como referido no ponto anterior, o programa SAP2000® permite modelar comportamentos elásticos lineares e implementar análises não lineares a elementos e/ou estruturas quando, entre outras pretensões, se necessite de considerar propriedades não lineares materiais ou características geométricas não lineares, em separado ou em simultâneo [11, 41]

Neste trabalho, implementaram-se análises elásticas lineares e análises não lineares estáticas e, relativamente às segundas, considerou-se não linearidade material.

#### ***Elementos de ligação Link/Support***

O comportamento não linear da estrutura pode ser caracterizado através de elementos de ligação (link/support), caracterização dos limites de tracção/compressão dos elementos, propriedades dos materiais ou de rótulas plásticas (hinges).

Nesta dissertação, recorreu-se à caracterização das estruturas através de elemento de ligação Link/Support (Gap) e das propriedades dos materiais.

Nos elementos Link/Support é possível definir-se uma relação força-deformação para cada grau de liberdade, podendo associar-se a cada grau várias molas ou amortecedores, com comportamentos dependentes ou independentes.

Alguns dos tipos de ligações não lineares possíveis com estas ligações são [11]:

- Folga (Gap – compressão);
- Gancho (Hook – tracção);

### Rigidez efectiva linear dos elementos Link/Support

Para cada ligação Link/Support, podem especificar-se seis coeficientes de rigidez efectiva linear independentes  $K_e$  para cada uma das molas internas. Esta representa a rigidez elástica total do elemento, usada para todas as análises lineares ou não lineares iniciadas em condições de repouso, se não forem especificadas propriedades não lineares para um grau de liberdade específico. Especificando-se propriedades não lineares para um grau de liberdade, é possível atribuir uma rigidez específica que será utilizada no processo iterativo do programa. A utilização de valores grandes para a rigidez deste género de ligações pode condicionar numericamente a obtenção de uma solução aceitável. Pretendendo-se limitar as deformações elásticas em particular, basta um valor de rigidez igual aos elementos a que estão ligados ou, caso seja pretendido, entre  $10^2$  e  $10^4$  vezes maior [11].

### Libertação de esforço axial: Gap (Gap Property)

Este elemento representa uma libertação de esforço axial de tracção entre quaisquer dois pontos, permitindo a transmissão de esforços de compressão. Para as ligações Gap (figura 2.21) a rigidez deve ser zero (0) ou do valor da rigidez dos elementos, de forma a minimizar o risco de erros numéricos. Para cada grau de liberdade, podem especificar-se propriedades Gap em particular. Todas as deformações internas são independentes sendo que, o trabalho ou repouso do Gap para uma deformação, não afecta o comportamento das outras possíveis [11].

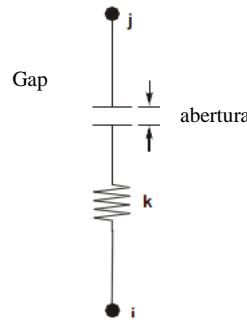


Figura 2.21 - Elemento Gap [11]

A relação força-deformação não linear destes elementos é apresentada na expressão 2.14, sendo  $k$  a rigidez da ligação, e *abertura* a posição inicial da libertação (0 ou positiva) [11].

$$f = \begin{cases} k (d + \text{abertura}), & \text{se } d + \text{abertura} < 0 \\ 0, & \text{se } d + \text{abertura} \geq 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

$$(2.15)$$

## 2.7 Precisão de modelos numéricos para alvenarias de pedra

É possível modelar estruturas com maior ou menor precisão, dependendo da objectividade ou da simplicidade do trabalho. Numa macro-modelação, o elemento/estrutura é assumido como um material compósito homogéneo e contínuo, com dimensões tais que é admissível um estado de tensão uniforme ao longo do mesmo, figura 2.22. Esta abordagem é frequentemente seguida para modelar edifícios pesados e analisar o seu comportamento a acções sísmicas [21], devendo estar-se ciente que é orientada para situações práticas com valorização da objectividade da modelação.

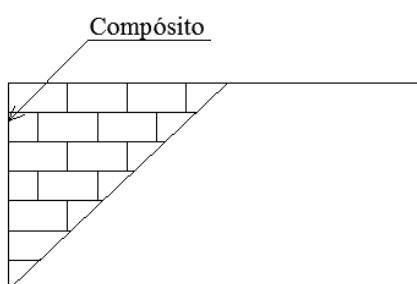


Figura 2.22 - Representação do elemento modelado como um compósito [21]

Quando se pretende avaliar, de forma localizada e detalhada, o comportamento da alvenaria, entra-se no campo da micro-modelação. Tendo por base a micro-modelação há, ainda, duas abordagens possíveis de seguir [26]. Numa micro-modelação simplificada, a argamassa de assentamento e a interface unidades/argamassa são modeladas num único elemento de junta, sendo as unidades representadas por elementos contínuos, perdendo-se, necessariamente, alguma exactidão dos resultados pois o coeficiente de Poisson do ligante é desprezado, figura 2.23.

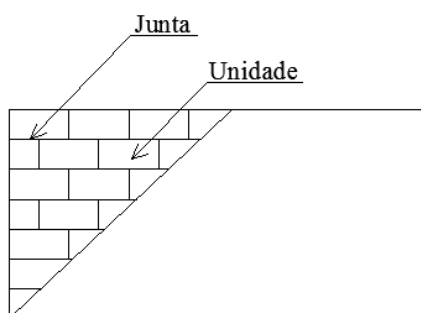


Figura 2.23 - Representação dos elementos junta e unidade [21]

Numa micro-modelação detalhada, as superfícies de deslizamento no interior da alvenaria são explicitamente modeladas, nomeadamente na união entre unidades de alvenaria. As unidades e a argamassa de assentamento são representadas por elementos contínuos com características

mecânicas distintas, enquanto a interface entre as unidades e a argamassa de assentamento é modelada com recurso a elementos de junta de espessura nula [26], figura 2.24.

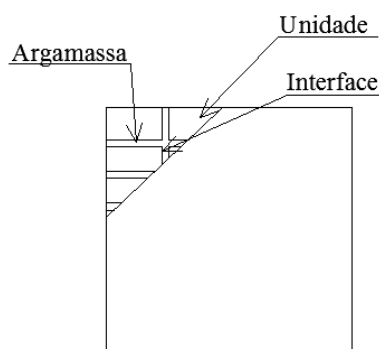


Figura 2.24 - Representação dos elementos interface, argamassa e unidade [21]

Em 2003, J. Alfaiate, J. R. de Almeida e A. Gago [1] recorreram a um modelo elementos finitos bidimensional seguindo uma abordagem tipo micro simplificada. Pretendeu-se simular uma parede de alvenaria de tijolos justapostos ensaiada à compressão-corte. O comportamento dos tijolos foi considerado como elástico linear até ser atingida a máxima tensão à tracção, sendo a rotura à compressão simulada por um modelo plástico baseado no Critério de Cedência de Von Mises. A argamassa foi modelada como uma interface entre os tijolos, com espessura inicial nula, recorrendo a um modelo plástico sem Lei de Fluxo Associada <sup>5)</sup>, tendo em conta o Critério de Cedência de Mohr-Coulomb, para avaliar as máximas tensões tangenciais admissíveis. As cargas foram aplicadas incrementalmente até à rotura sendo que, após esta, os elementos foram analisados de forma discreta [1]. Na figura 2.25 apresenta-se uma das deformadas para um dos estados de tensão testados.

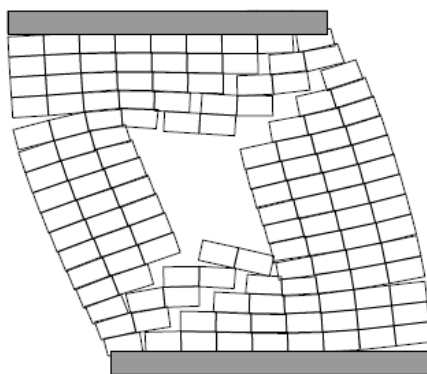


Figura 2.25 - Deformada do modelo para um dos estados de tensão simulados [1]

---

<sup>5)</sup> Lei de Fluxo Associada: os incrementos de tensão plástica são normais à superfície de plastificação e o material apresenta um comportamento dilatante [17]

## 2.8 Método de Escoras e Tirantes

Este método consiste numa análise de zonas de descontinuidade geométrica, baseado no Teorema Estático<sup>6)</sup> da Teoria da Plasticidade<sup>7)</sup>, amplamente aplicado a estruturas de betão armado [22, 24]. Apresenta-se como um método para concepção de modelos simplificativos de encaminhamento das trajectórias dos campos de tensões de compressão interiores do elemento, obtendo-se campos de compressões e tracções que equilibram as acções, em zonas de descontinuidade geométrica onde não é válida a aplicação da Teoria das peças lineares<sup>8)</sup> [22].

Foi proposto por Ritter em 1899 como um modelo escoras simples para visualizar esforços internos em vigas fissuradas, servindo de base para dimensionamento de vigas de betão armado por Ritter (1899) e Morsch (1902). Posteriormente, o método foi refinado por Kupfer (1964) e Leonhardt (1965) sendo que, em 1985, Marti criou uma base científica para uma aplicação racional da teoria, contextualizada com a Teoria da Plasticidade [34].

Identificam-se as forças na fronteira da região em estudo e encaminham-se as cargas para os apoios, representando esse encaminhamento de forma simplificada por uma linha ou várias linhas. São analisadas as zonas de desvio onde se aplicam escoras (compressão) ou tirantes (tracção), figura 2.26.

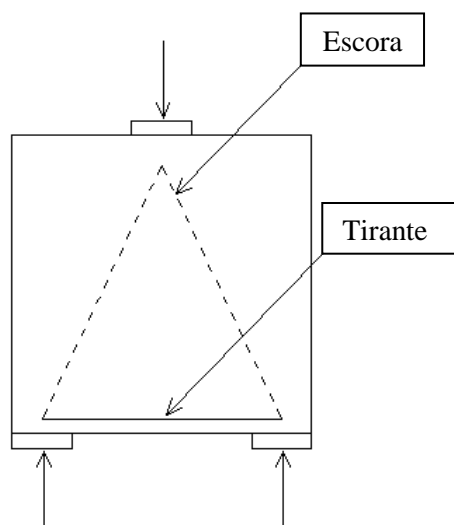


Figura 2.26 - Modelo de escoras e tirantes para viga parede com carga concentrada

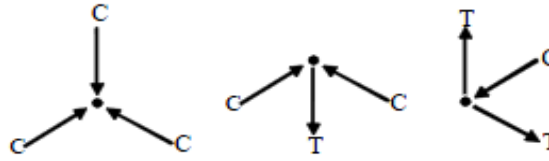
<sup>6)</sup> Se um conjunto de forças exteriores está em equilíbrio com as tensões internas, que em nenhum ponto violam o critério de rotura, as forças exteriores aplicadas não causam o colapso [17]

<sup>7)</sup> A variação do estado de deformação apresenta duas componentes, uma elástica  $\delta \varepsilon_e$  e uma plástica  $\delta \varepsilon_p$ . A fase elástica relaciona-se com a variação do estado de tensão pela matriz de elasticidade. A fase plástica é proporcional ao vector normal à superfície de cedência, no ponto em que esta for alcançada:  $\delta \varepsilon = \delta \varepsilon_e + \delta \varepsilon_p$  (figura 2.14) [4]

<sup>8)</sup> Define-se por peça linear um objecto tridimensional gerado por uma figura plana, que é deslocada ao longo de uma linha com grande raio de curvatura que passa no centróide da área plana. Para que seja considerada uma peça linear, o comprimento da linha terá que ser muito maior que as dimensões da sua secção transversal. Para representar uma peça linear, é comum representar-se apenas o seu eixo [25]



O equilíbrio de um modelo de escoras e tirantes é feito pelo método dos nós, designados por siglas referentes ao conjunto de esforços confluentes. Os equilíbrios possíveis para a validade de um modelo são esquematizados na figura 2.27:



Nó CCC - equilibrado por três forças de compressão não colineares;

Nó CCT - equilibrado por duas forças de compressão e uma força de tração;

Nó CTT - equilibrado por duas forças de tração e uma de compressão;

Figura 2.27 - Equilíbrio de nós para modelos de escoras e tirantes [24]

Aplicando o método, ao se obter um modelo que garanta o equilíbrio das acções exteriores, este é parcialmente válido. Para um sistema com todos os nós em equilíbrio, uma força que não exceda a capacidade resistente em nenhum ponto, é inferior à carga de colapso.

Os modelos resultantes são treliças com base na orientação das tensões principais da análise elástica, aproximados ao comportamento elástico do elemento por forma a garantir o controlo das deformações e da fendilhação.

Sendo o betão ser um material compósito com baixa resistência a esforços de tração, os tirantes resultantes da concepção do modelo serão zonas onde devem ser aplicadas armaduras, por forma a armar o elemento e conferir-lhe capacidade resistente à tração e à flexão. Por outro lado, apresentando o betão apreciável resistência à compressão, as escoras do modelo representam campos de tensões de compressão a que o material por si só terá capacidade de resistir.

Embora a abordagem do modelo convencional de escoras e tirantes tenha provado ser útil na análise de campos de tensões em elementos de betão armado, apresenta limitações. Não apenas na previsão da força e do comportamento não linear mas, igualmente, no dimensionamento das estruturas caracterizadas por este género de comportamento.

Hrennikoff propôs, em 1942, um modelo treliçado equivalente a uma viga simplesmente apoiada, seguindo assim abordagem macro para uma estrutura composta pela replicação de um micro modelo bidimensional, figura 2.28, no plano.

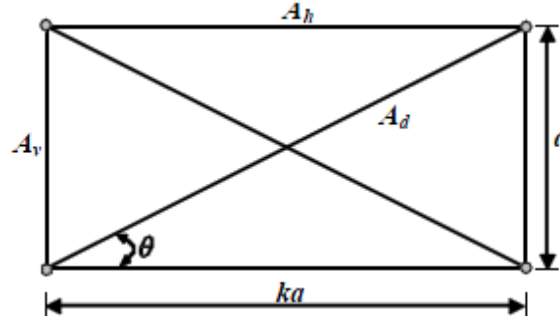


Figura 2.28 - Micro modelo bidimensional de Hrennikoff [24]

$A_v$ ,  $A_h$  e  $A_d$  representam as áreas de secção das escoras verticais, horizontais e diagonais, respectivamente. Foi concebido com um coeficiente de Poisson de  $\frac{1}{3}$ , dado ser um valor intermédio na gama de valores habitualmente seguidos para estruturas de betão armado, é entre 0,2 e 0,4.

A formulação seguida para dimensionamento das secções das escoras é a seguinte [24]:

$$A_h = \frac{3}{8} (3 - k^2) \times a \times t \quad (2.16)$$

$$A_d = \frac{3}{16} \times \frac{(1 + k^2)^{3/2}}{k} \times a \times t \quad (2.17)$$

$$A_v = \frac{3}{8} \times \frac{(3k^2 - 1)}{k} \times a \times t \quad (2.18)$$

em que  $k$  é o coeficiente entre a altura e o comprimento do modelo,  $a$  é a altura do modelo e  $t$  é referente à possível espessura do modelo. A figura 2.29 representa a estrutura completa.

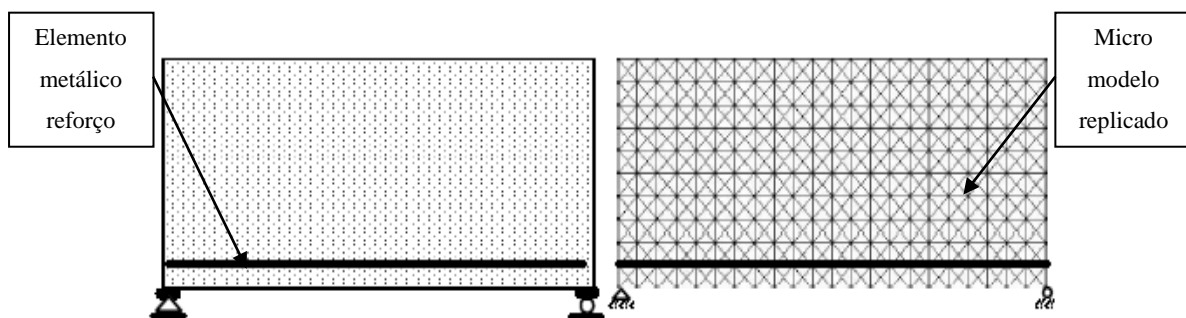


Figura 2.29 - Representação da viga simplesmente apoiada reforçada de Hrennikoff [24]

Esta metodologia, ao ser aplicada a elementos de alvenaria, tem que ser adaptada às suas características mecânicas e pressupostos materiais. Nos métodos analíticos, tal como nos métodos numéricos mais sofisticados, a diminuta resistência à tracção destes materiais poderá ser considerada. Ainda assim, na maioria das situações, esta resistência sendo muito reduzida pode desprezar-se [14]. Neste caso, a estabilidade das estruturas em alvenaria só é possível se o equilíbrio das cargas actuantes puder ser garantido através de tensões de compressão entre os elementos estruturais, podendo os elementos estruturais ser divididos em duas regiões [24]:

- Uma região **B** ou de Bernoulli [18], cuja hipótese defende que as tensões normais em equilíbrio com os esforços actuantes numa secção transversal de uma peça linear (esforço normal  $N$  e momento flector  $M$ ) podem ser determinadas a partir da expressão 2.19.

$$\sigma(x) = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} \times x \quad (2.19)$$

$A$  e  $I$  são, respectivamente, área e momento de inércia da secção transversal [14];

- Outra região **D** (Disturbed) onde as distribuições de tensão não respeitam os princípios das peças lineares [24].

A razão para a aplicação do método de escoras e tirantes na concepção de modelos numéricos para alvenarias justifica-se com a simplicidade do mesmo e com a analogia que pode ser feita entre elementos de alvenaria e betão. Esta comparação ainda não foi suficientemente aprofundada, possivelmente devido a dificuldades ou limitações a considerar na aplicação de um modelo deste tipo a materiais de natureza frágil como os que compõe as alvenarias de tijolo de barro ou de pedra, bem como a dificuldade na modelação de elementos passivos com comportamento plástico, tais como barras de reforço. Ainda assim, este não é um campo de investigação inexplorado [32].

As condições de resposta de paredes sujeitas a forças de corte foram simuladas anteriormente, com recurso a conjuntos de escoras diagonais. Ganz e Thürlimann recorreram a modelos de campos de tensões deste género para estimar resistências últimas de paredes confinadas, sujeitas a forças de corte. Tomasi et al. propuseram um modelo combinado de escoras e tirantes, para simular os desvios dos campos de tensões em paredes de alvenaria [32].

P. Roca [32] considerou que, dada a capacidade resistente à tracção destes elementos ser limitada, a resistência a cargas horizontais pode ser explicada pelo surgimento de campos diagonais de compressão em equilíbrio com as forças exteriores, ainda que, dadas as habituais heterogeneidade e geometria destas estruturas, os campos de compressão resultantes não sejam

certamente ser uniformes. Há, inclusive, casos em que estes campos diagonais sofrerão desvios de trajectória dentro do elemento, se a estrutura estiver sujeita a combinações de acções verticais e horizontais, figura 2.30.

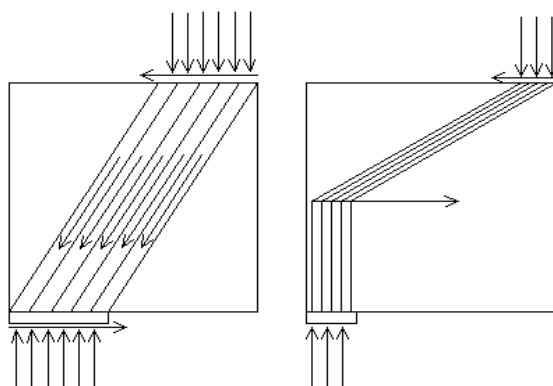


Figura 2.30 - Modelos de escoras diagonais para campos de tensão de cargas horizontais [32]

No seguimento do exposto relativamente aos campos diagonais de compressão, o modelo teórico obtido por F. Pinho, M. Baião e V. Lúcio [29] prevê que, para um ensaio de compressão-corte, a trajectória dos campos de tensões de compressão entre o topo e a base pode ser descrita simplificada como se demonstra na figura 2.31.

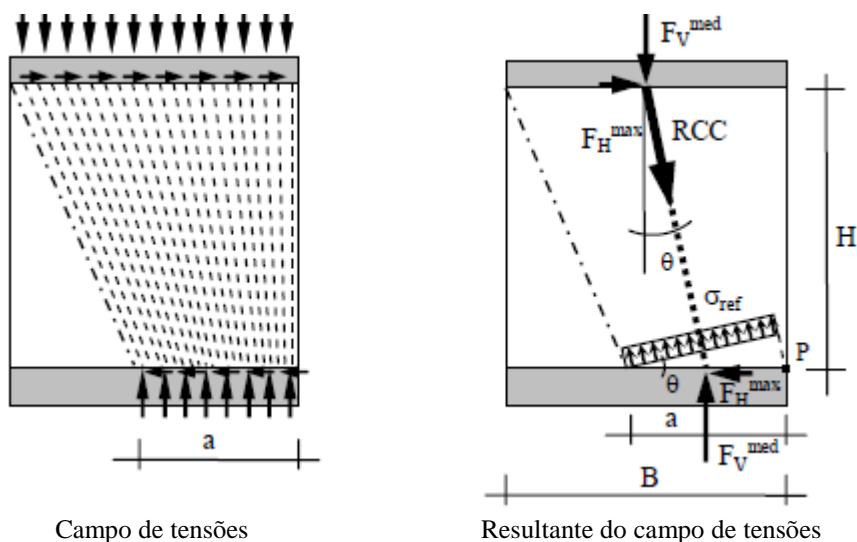


Figura 2.31 - Modelo teórico de campo de tensões para ensaio à compressão corte [27]

$F_V^{med}$  é a força vertical média e  $F_H^{max}$  a força horizontal máxima, cuja resultante se designa por RCC. A reacção na base do murete terá, por equilíbrio do sistema, igual valor RCC e direcção, mas sentido oposto.

Admite-se que o ponto de aplicação da reacção a uma distância  $a/2$  do canto inferior direito do murete (ponto P), a qual pode ser determinada por equilíbrio de momentos em relação a P, por

$$\frac{a}{2} = \frac{B}{2} - H \times \frac{F_H^{\max}}{F_V} > 0 \quad (2.20)$$

em que:  $a$  é a largura do campo de tensões;  $B$  é o comprimento do murete;  $H$  a altura;

O campo de tensões de compressão pode então ser representado por uma escora de alvenaria com a trajectória, sujeita a uma força de compressão RCC dada por:

$$RCC = \sqrt{(F_V^{\max})^2 + (F_H^{\max})^2} \quad (2.21)$$

Na concepção dos modelos treliçados da presente dissertação, seguiram-se algumas premissas orientadoras não vinculativas definidas por P. Roca [32] com o objectivo de parametrizar o procedimento inerente à concepção deste género de soluções, garantindo a simplicidade dos modelos específicos:

- 1 - Os modelos devem ser simples, para fornecer soluções práticas e eficientes;
- 2 - O número de elementos (escoras e tirantes) deve ser limitado ao montante mínimo exigido para obter uma descrição aceitável do mecanismo final;
- 3 - As escoras representam campos de compressão que abrangem o volume da estrutura.
- 4 - O carregamento deve ser modelado como uma carga distribuída uniformemente ou, em alternativa, como cargas pontuais, segundo o Princípio de Saint - Venant <sup>9)</sup>;
- 5 - Podem surgir campos de tensões com efeito tipo “gargalo”, representado na figura 2.32, podendo simular-se com um mecanismo que combine um mínimo de duas escoras confluentes;

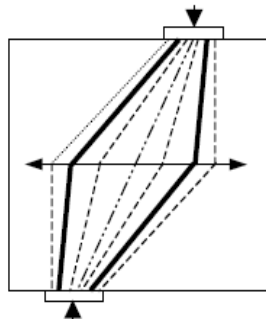


Figura 2.32 - Efeito "gargalo" [32]

<sup>9)</sup> O Princípio de Saint – Venant diz que os efeitos locais de aplicação de cargas diminuem rapidamente com a distância, por isso as cargas aplicadas na realidade podem ser substituídas por cargas estaticamente equivalentes [12]



## DEFINIÇÃO DOS MODELOS DE ANÁLISE

## 3.1 Caracterização dos modelos e ensaios experimentais de referência

## 3.1.1 Modelos experimentais

Os modelos numéricos desta dissertação simulam modelos experimentais de alvenaria de pedra, também designados por “muretes”, construídos no DEC-FCT/UNL em Julho de 2002, segundo técnicas tradicionais, no âmbito de um trabalho de investigação então em curso. Os muretes foram construídos com pedra calcária assente com argamassa de cal aérea e areia, numa composição volumétrica de 75% de pedra e 25% de argamassa. A argamassa foi produzida ao traço volumétrico 1:3 (cal aérea:areia), com areias de rio e areeiro em partes iguais, e uma razão água/ligante de 1,2.

Na figura 3.1, apresenta-se um esquema de um dos modelos experimentais (0,80m×1,20m×0,40m), representativo dos ensaiados em compressão axial, tendo sido construídos outros (1,20m×1,20m×0,40m) para ensaios de compressão-corte [27].

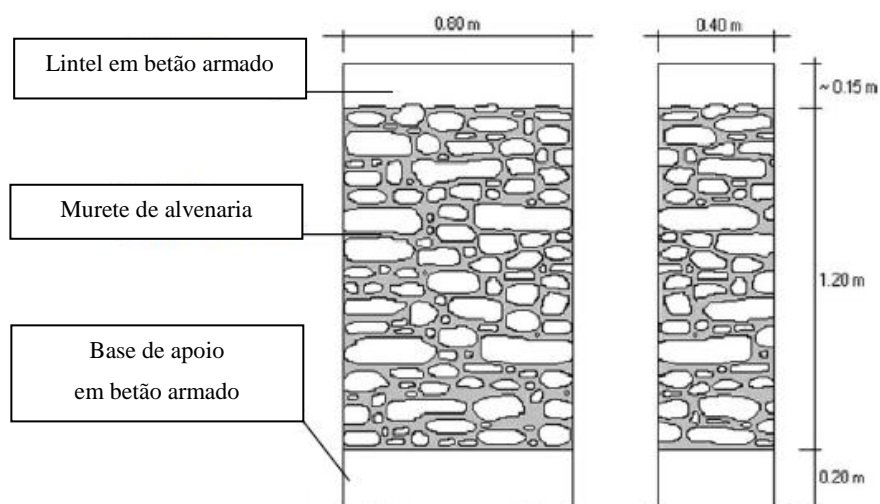


Figura 3.1 - Esquema murete pequeno não reforçado [27]

Os materiais de construção e os muretes foram sujeitos a uma vasta campanha de ensaios de caracterização, dos quais se referem alguns resultados. A “dimensão máxima” da pedra foi da ordem de  $D=25\text{cm}$ , incluindo pedras de dimensões superiores, nalguns casos com comprimentos

próximos da espessura do murete (perpianhos) utilizadas a 1/3 e 2/3 da altura dos muretes (0,40 e 0,80m), para melhorar o travamento vertical da alvenaria.

A resistência à compressão média da pedra foi de 47,8MPa e a da argamassa 0,58MPa. A massa volúmica média da alvenaria simples (muretes não reforçados ou de referência) foi de 1758kg/m<sup>3</sup>.

### 3.1.2 Sistema de ensaio de compressão axial

O sistema de ensaio de compressão axial é composto por um pórtico metálico, reforçado com 4 varões *Dywidag*, e uma base em betão armado, para apoio dos muretes. A carga vertical é aplicada por um macaco de 3MN a uma viga metálica colocada sobre os lintéis, sendo medida por quatro células de carga de 1MN cada, posicionadas nas extremidades dos varões *Dywidag*. Na figura 3.2 representa-se o sistema de ensaio de compressão axial.

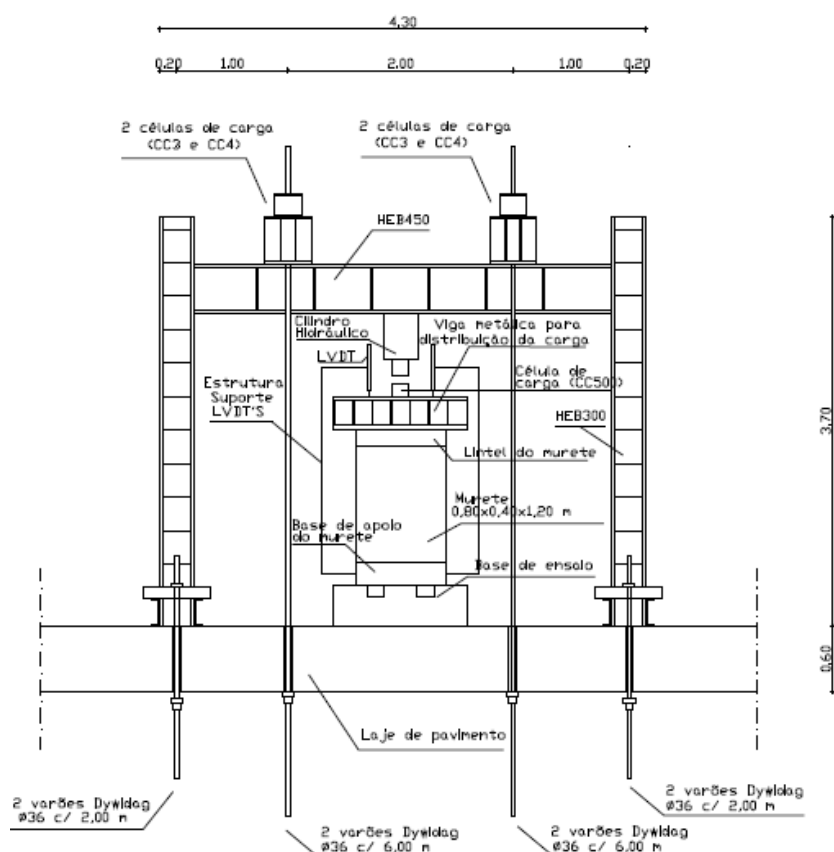


Figura 3.2 - Esquema do sistema ensaio de compressão axial [27]

### 3.1.3 Sistema de ensaio de compressão-corte

O sistema de ensaio de compressão-corte é um pouco mais complexo que o anterior, nomeadamente pelo maior número de dispositivos de controlo, instrumentação, aplicação da



cargas e gestão das fases do ensaio (a primeira correspondente à aplicação das cargas verticais e a segunda à imposição dos deslocamentos horizontais).

O sistema consta de uma base de betão armado para apoio dos muretes, preparada para ensaios monotónicos, cíclicos ou alternados, através de saliências de travamento das bases dos muretes durante o avanço/recuo do actuador.

Sobre os lintéis apoia uma viga metálica que transmite as forças verticais impostas por dois macacos de 300kN cada, ligados à base de ensaio por dois varões *Dywidag*. As cargas verticais são medidas por duas células de carga de 300kN cada e as cargas horizontais, resultantes dos movimentos impostos pelo actuador fixo a uma parede de reacção, por uma célula de carga de  $\pm 200\text{kN}$ , colocada no “braço” articulado de ligação do actuador à viga metálica. Os deslocamentos verticais e horizontais são medidos por diversos deflectómetros. A informação proveniente das células de carga, deflectómetros e extensómetros é centralizada num *data logger* e enviada ao computador [27].

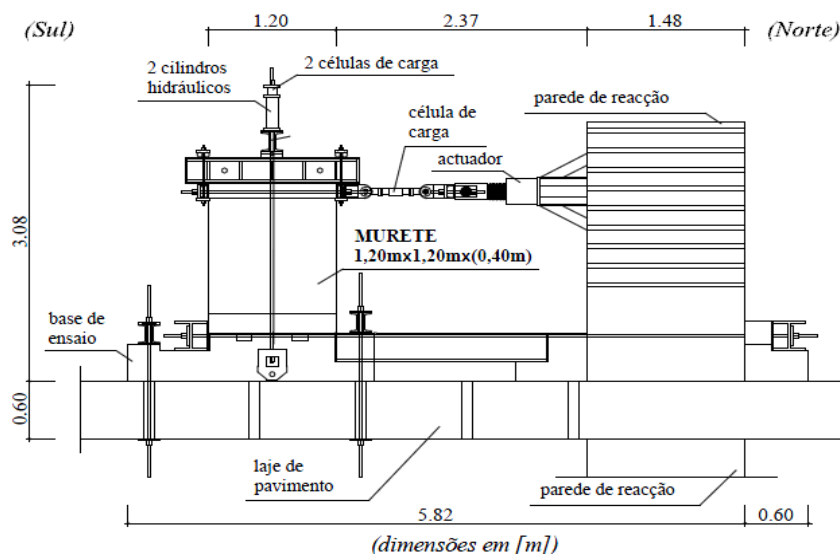


Figura 3.3 - Esquema do sistema de ensaio de compressão-corte [27]

### 3.1.4 Soluções de reforço aplicadas nos muretes referência

Apresentam-se neste ponto algumas das “soluções de reforço” utilizadas no âmbito da tese de F. Pinho [27], que serviram de base para alguns dos modelos numéricos desta dissertação.

#### *Confinamento transversal por conectores metálicos*

A “solução de reforço”, representada na figura 3.4, caracteriza-se pela utilização de conectores metálicos transversais – varões roscados M12 de aço galvanizado, em furos de 16mm de diâmetro, injectados com micro-argamassa pozolânica, afastados entre si de 0,40m (espessura

dos muretes), dispostos em quincôncio, e chapas metálicas de ancoragem nas extremidades, com dimensões de 100×100×5 (mm). As chapas de ancoragem apoiam em “almofadas” de argamassa de cimento, para garantir boa solidarização e transmissão de esforços entre varões e alvenaria [27].

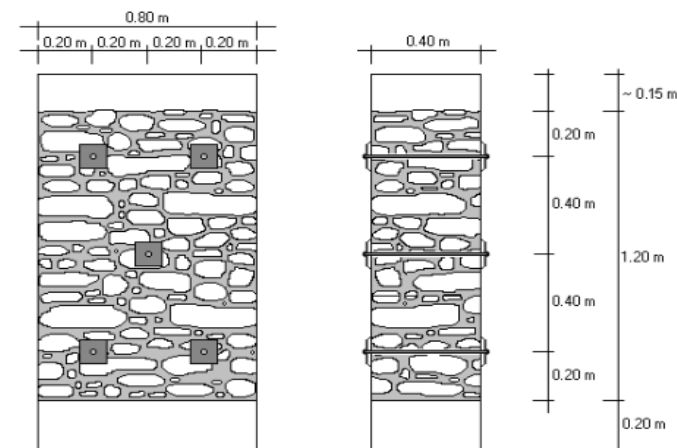


Figura 3.4 - Esquema de reforço de um murete pequeno com conectores [27]

### ***Confinamento transversal por fitas metálicas***

Esta “solução de reforço”, apresentada na figura 3.5, consiste no confinamento transversal dos muretes com fitas metálicas (aço inox) contínuas. O aço inox é conhecido pela sua elevada resistência à corrosão, assim como à oxidação. (As características médias do aço das fitas são indicadas no capítulo referente à modelação numérica.)

A malha de furação por onde passam as fitas é semelhante à feita para colocação dos conectores metálicos transversais, apresentado na secção anterior. Na extremidade dos furos foram executadas almofadas de argamassa para eliminar as folgas entre as fitas e a alvenaria.



Figura 3.5 – “Solução de reforço” com fitas metálicas contínuas [13, 27]

### **3.2 Modelos numéricos**

Fazem-se aqui algumas observações para enquadramento do apresentado em seguida.

Os modelos desta dissertação foram concebidos com dois objectivos:

1 – Modelar numericamente modelos experimentais recorrendo a estruturas treliçadas com comportamento material não linear, com o intuito de analisar campos compressões;

2 – Analisar variações nos campos de tensões resultantes de análises elásticas lineares a modelos sólidos com simulação de duas “soluções de reforço”, por forma a avaliar quais as melhorias na capacidade resistente das estruturas. Para além disto, pretendeu-se também conceber modelos de escoras e tirantes correspondentes a alguns dos campos de tensões obtidos.

Relativamente às estruturas treliçadas, há a referir que foi objectivo simular a não linearidade material dos modelos experimentais, pretendendo-se igualmente aprofundar a caracterização não linear disponibilizada pelo programa usado. Deve, contudo, ter-se presente que a concepção dos modelos tem por base pressupostos que condicionam a natureza dos resultados:

1 – Deformações inerentes ao efeito de Poisson não deverão ser avaliadas devido à natureza do método implementado;

2 – Anular a capacidade de um elemento longitudinal transmitir esforços de tracção é aceitável para estruturas simples, simétricas e com carregamentos simétricos. Para o ensaio de compressão corte, tal não se verifica. Pode/ dar-se a impossibilidade de equilíbrio dos nós da estrutura, levando o programa a fazer iterações consecutivas e inconclusivas, não havendo convergência na solução numérica, como explicado na secção 2.6.1;

3 – A aplicação de um modelo de escoras e tirantes a um programa de elementos finitos tem que ser encarada como uma forma simplificada para avaliação de campos de tensões.

Ainda que a aplicação deste género de modelos em estruturas de betão armado tenha diferente propósito da aplicação a estruturas de alvenaria e não seja suposto avaliar-se deslocamentos, far-se-á uma análise dos deslocamentos nas estruturas treliçadas uma vez que o deslocamento final do topo da estrutura deverá corresponder ao somatório de todas as deformações axiais dos elementos barra.

### 3.2.1 Materiais

Os valores relativos às características dos materiais que compõem todos os modelos desta dissertação são valores médios obtidos em ensaios experimentais no DEC-FCT/UNL, no âmbito da Tese de Doutoramento de F. Pinho [27].

Para efeitos da modelação, consideraram-se quatro materiais: material “Alvenaria” a ser atribuído aos elementos que compõem as estruturas correspondentes às alvenarias; material “Conectores” a ser atribuído aos elementos de reforço para a Solução I; material “Cinta” para atribuir às fitas metálicas para confinamento transversal dos modelos e material “Lintel”, para os lintéis das estruturas. A cada um dos materiais, atribuíram-se valores médios de módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e máximas tensões resistentes à tracção ou compressão, conforme a solicitação prevista para cada um.

O módulo de elasticidade,  $E$ , fornece a relação entre as tensões a que um elemento está sujeito e as deformações provocadas e a sua correcta definição condiciona os resultados. Dada a falta de homogeneidade das alvenarias, o valor do módulo de elasticidade é representativo do comportamento global da parede e não de um elemento isolado de alvenaria.

O coeficiente de Poisson,  $\nu$ , para uma determinada tensão longitudinal, relaciona as extensões transversais com as longitudinais. Ainda que para as análises não lineares este não seja contabilizado, é-o para as análises elásticas lineares e a sua atribuição é necessária para uma correcta caracterização dos materiais [9].

A resistência à compressão das alvenarias,  $\sigma_c$ , resulta do comportamento global da parede referido no módulo de elasticidade.

A máxima resistência à tracção dos elementos de reforço,  $\sigma_t$ , corresponde aos valores obtidos por ensaios mecânicos no âmbito dos trabalhos de investigação de F. Pinho [27] e M. Fonseca [13]. Seguidamente apresentam-se os valores característicos atribuídos aos materiais.

$$\begin{array}{l} \bullet \text{ Alvenaria} \\ \bullet \text{ Conector} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} E = 0,31 \text{ GPa} \\ \sigma_c = 0,43 \text{ MPa} \\ \nu = 0,2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} E = 200 \text{ GPa} \\ \sigma_t = 589 \text{ MPa} \\ \nu = 0,3 \end{array} \right.$$

- Cinta
 
$$\left\{ \begin{array}{l} E = 126,1 \text{ GPa} \\ \sigma_t = 538,4 \text{ MPa} \\ \nu = 0,3 \end{array} \right.$$

### 3.2.2 Caracterização dos modelos treliçados para análise plástica

Definiram-se condições de iniciais de força, velocidade e deslocamentos nulas, de forma a não haver uma caracterização não linear geométrica. Os modelos treliçados desenvolvidos para análises de campos de tensões são estruturas compostas, resultantes da replicação de um elemento cúbico base segundo os três eixos coordenados, perfazendo as dimensões reais dos modelos experimentais. O elemento cúbico base, figura 3.6, é composto por vinte e quatro escoras. Cada par de escoras colineares é unido por um elemento Gap, que liberta os esforços de tracção para que, havendo equilíbrio, os nós sejam equilibrados apenas com compressões.

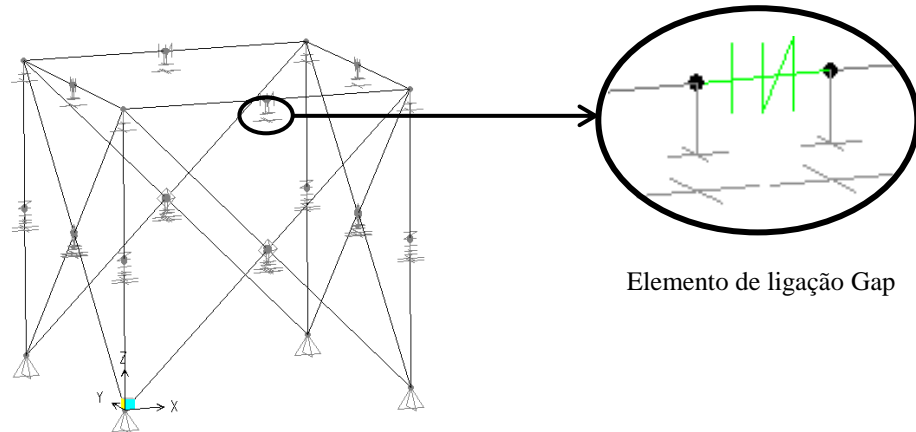


Figura 3.6 - Cubo elementar do modelo de compressão axial

A rigidez dos elementos gap é a rigidez axial dos modelos experimentais, obtida para a média das forças máximas dos ensaios de compressão axial dos modelos de referência e correspondente deslocamento vertical médio [27]. Pela formulação do método dos deslocamentos:

$$[K] \times \{U\} = \{F\} \quad (3.1)$$

Na sequência da expressão 3.1

$$K = \frac{F}{U} \quad \Leftrightarrow \quad (3.2)$$

$$\Leftrightarrow K = \frac{136,8}{5,8} = 23,59 \text{ kN/mm} \quad (3.3)$$

O ângulo interno de cada um dos vértices deve ser inferior a 180°. Contudo os melhores resultados são obtidos para valores próximos de 90° [9]. Nestes modelos, os ângulos entre os elementos são de 45° para escoras diagonais e 90° para escoras perpendiculares. Foram impedidas as rotações generalizadas de todos os nós das estruturas. As estruturas são simplesmente apoiadas, com os deslocamentos generalizados impedidos no plano (X-Y), para Z=0.

### 3.2.3 Acções verticais e horizontais

Depois de modeladas, as estruturas foram carregadas pretendendo-se simular os carregamentos reais a que os muretes foram sujeitos, descritos nos pontos 3.1.2 e 3.1.3.

A opção recaíu sobre cargas nodais estáticas não lineares aplicadas no topo dos modelos, procedimento paralelo ao seguido para o peso próprio da estrutura. Desta forma, garantem-se carregamentos homogêneos e direccionados segundo as principais escoras do modelo. O valor de carga obtido experimentalmente para o ensaio de compressão simples foi de 136,80 kN.

Para o ensaio de compressão corte, a força vertical obtida experimentalmente foi de 109,20 kN, sendo a acção horizontal de 23,80 kN. Refere-se o facto de neste modelo, as cargas horizontais terem sido aplicadas em dezoito dos vinte e um nós da secção.

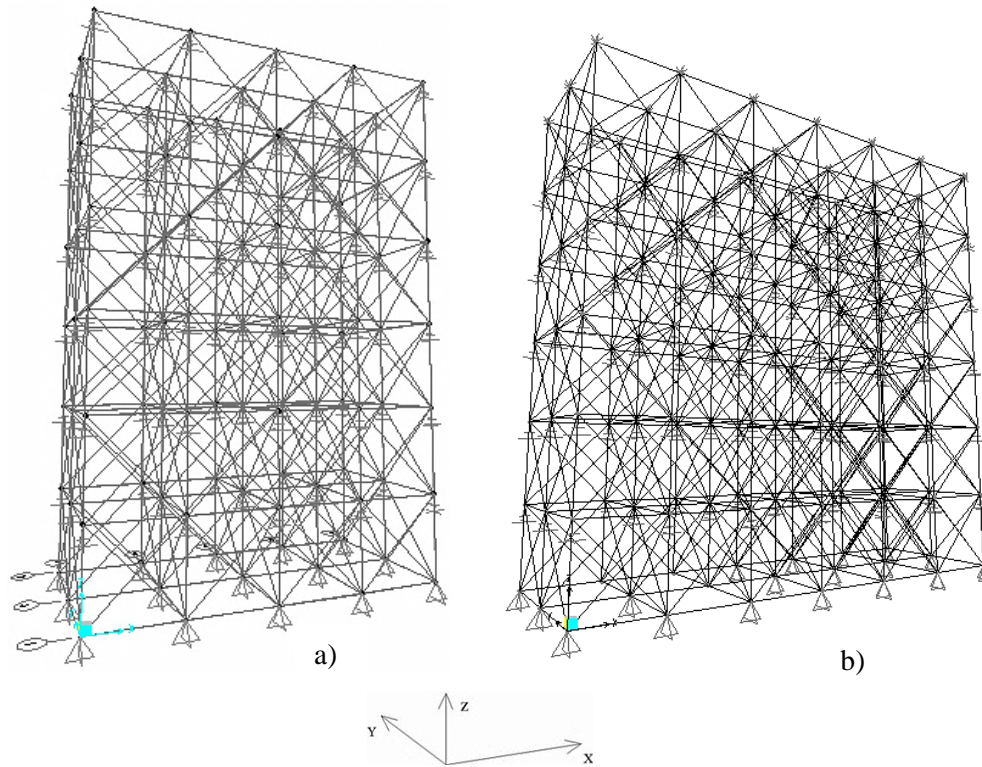
Modelo para compressão axial:

$$Q_c = \frac{136,80}{15} = 9,12 \text{ kN} \quad (3.4)$$

Modelo para compressão-corte:

$$\left[ \begin{array}{l} Q_{v,c} = \frac{109,20}{21} = 5,20 \text{ kN} \\ Q_{h,c} = \frac{23,80}{18} = 1,32 \text{ kN} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.5) \\ (3.6) \end{array}$$

Na figura 3.7 apresentam-se imagens dos modelos numéricos antes de serem ensaiados.



a) Modelo para compressão axial

b) Modelo para compressão-corte

Figura 3.7 – Modelos treliçados para compressão axial e compressão-corte

### 3.2.4 Lintel no topo dos modelos

Começou-se por ligar todos os nós com elementos barra com secção “Lintel” quadrada, com  $1 \times 1\text{m}^2$ , de forma a se obterem inércias consideráveis nas duas direcções do plano da secção e assim uniformizar os deslocamentos. Para além disso, restringiram-se todos os esforços das barras para simular rigidez infinita dos elementos. Trata-se então de uma malha reticulada composta por oito quadrados adjacentes, com impedimento das rotações generalizadas nos nós. Daqui resultou um campo de escoras verticais até à base do modelo (figura 3.9). Sendo este um campo de compressões admissível como modelo de escoras, verificou-se a existência de diferentes deslocamentos verticais e horizontais nos nós. Nos modelos experimentais, formam-se forças de atrito entre o lintel e o murete que impedem deslocamentos horizontais. Este fenómeno provoca uma confluência de tensões no topo dos muretes, levando a um aumento das tracções na zona média dos modelos e condicionando as superfícies de rotura. Seguiu-se a simulação do atrito do lintel.

Pretendeu-se que o lintel fosse composto elementos contínuos que ligassem as extremidades das arestas do modelo, originando uma malha com 3 barras paralelas ao eixo XX e 5 barras na direcção YY, como se apresenta na figura 3.8, com o objectivo de uniformizar os

deslocamentos verticais, por imposição de um lintel com uma secção considerável e com rigidez infinita.

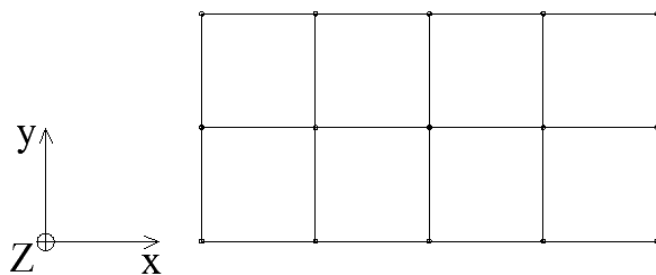


Figura 3.8 – Modelo do lintel do topo da estrutura

A tipologia dos diagramas de esforços alterou-se originando convergência tipo “gargalo” dos campos de tensões. Sendo este um campo de compressões admissível, continuaram a verificar-se deslocamentos horizontais, embora de valor residual.

Aplicaram-se apoios nos nós que impedissem deslocamentos horizontais para simular o atrito entre o lintel e o murete. Daqui resultaram compressões no topo da estrutura (dado mobilizarem-se reacções horizontais nos apoios) equilibradas com compressões nas escoras diagonais, originando convergência tipo “gargalo” para o centro do modelo e eliminando os deslocamentos residuais verificados, figura 3.9.

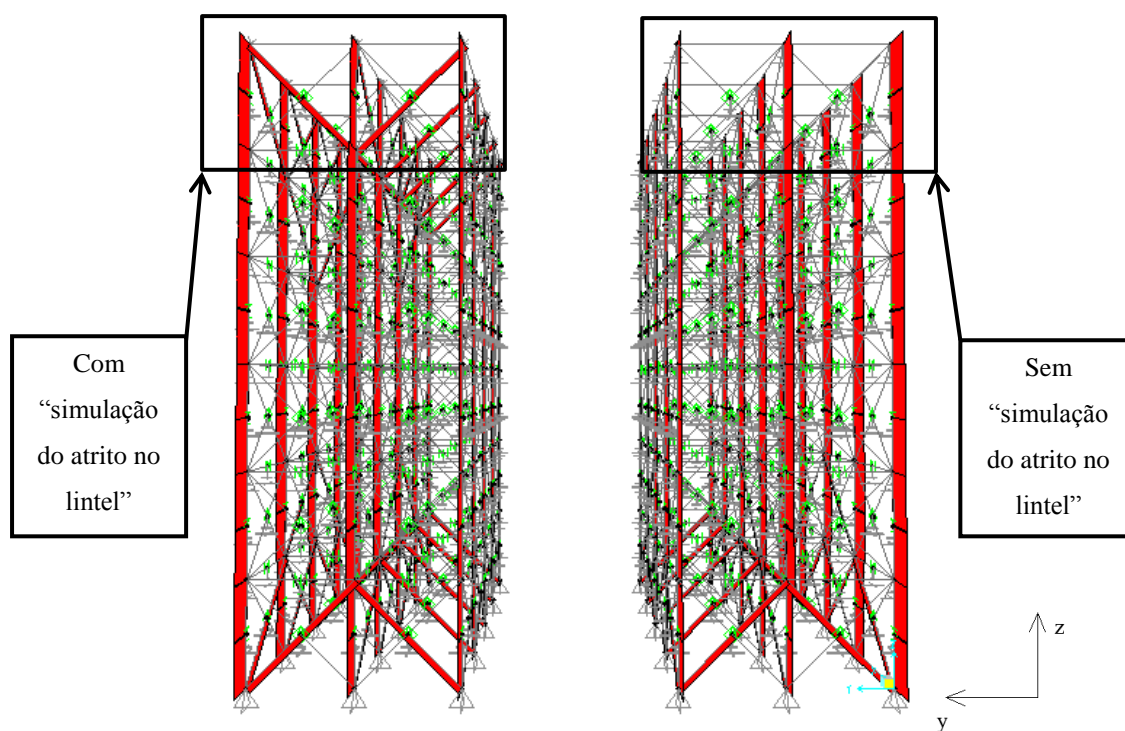


Figura 3.9 - Campos de compressão com e sem limitação de deslocamentos do lintel, plano (Y-Z)



### 3.2.5 Secções das escoras

O correcto dimensionamento das escoras é fundamental para a calibração da estrutura, influenciando quantitativa e qualitativamente os resultados dos diagramas de esforços de compressão e, consequentemente, o deslocamento vertical no topo do modelo.

Relativamente ao modelo “sem simulação de atrito”, atribuiu-se a mesma secção quadrada com 0,10m de lado a todas as escoras e quantificou-se a escora mais comprimida. Concluiu-se que as escoras das arestas dos modelos apresentam o maior valor de compressão, crescente até ao apoio, devido à atribuição nodal do peso próprio correspondente a cada patamar. Para garantir o equilíbrio e as características dos materiais, calculou-se a secção destas escoras para o maior esforço de compressão verificado, tendo em conta o valor médio de máxima tensão de compressão admissível obtida por F. Pinho [27].

$$F_{\text{máx}} = Q_n + P_{p,n} = 9,12 + 5 \times 0,074 = 9,49 \text{ kN} \quad (3.7)$$

$$\sigma^{\text{max}} = 0,43 \text{ MPa} = \frac{9,49}{A_{s,s}} \Leftrightarrow A_{s,s} = \frac{9,49}{0,43} = 22064,90 \text{ mm}^2 \quad (3.8)$$

$$\sqrt{A_{s,s}} = \sqrt{22064,9} = 148,60 \text{ mm} \quad (3.9)$$

Garante-se assim que as escoras verticais do modelo resistem à máxima tensão de compressão. Nas escoras diagonais, só as presentes nos primeiros dois patamares do modelo apresentam esforços, figura 3.10.

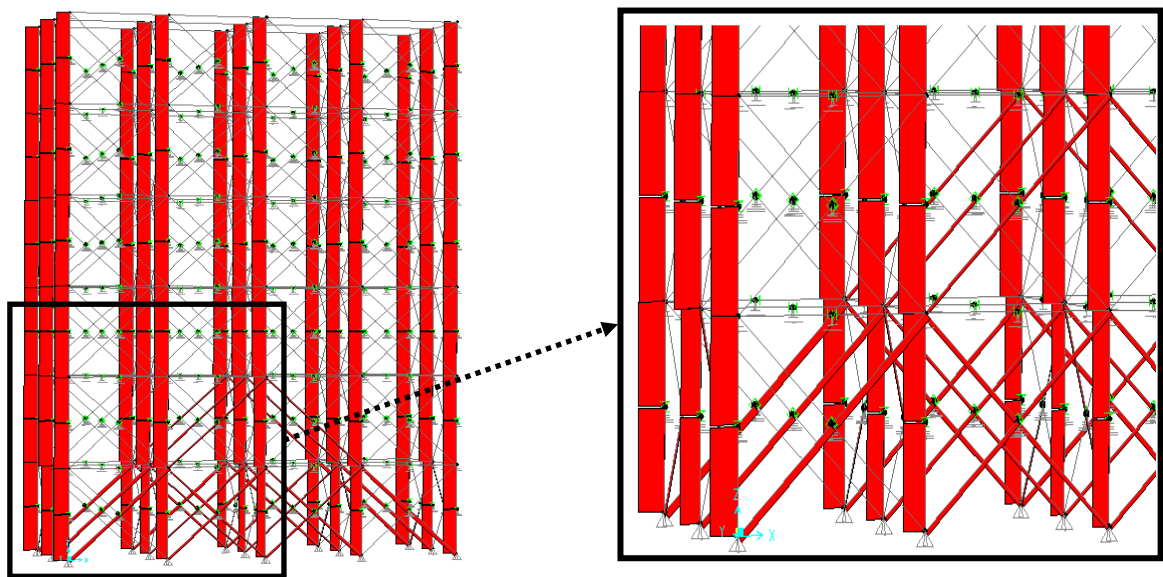


Figura 3.10 - Dispersão dos campos de compressão pelas escoras diagonais

Analisando os resultados, verificou-se que o máximo valor de compressão das diagonais foi de 2,42 kN.

$$\sigma^{max} = 0,43 \text{ MPa} = \frac{2,42}{A,s} \Leftrightarrow A,s = \frac{2,42}{0,43} = 5622,80 \text{ mm}^2 \quad (3.10)$$

$$\sqrt{A,s} = \sqrt{5622,80} = 75 \text{ mm} \quad (3.11)$$

Quanto ao modelo “com simulação de atrito”, a escora mais comprimida encontra-se na zona média da estrutura, devido à confluência de tensões causada pelos impedimentos de deslocamentos no lintel. Após procedimento paralelo ao descrito para o modelo “sem simulação do atrito”:

$$\text{Escoras verticais - } A,s = \frac{9,71}{0,43} = 22583,70 \text{ mm}^2 \Leftrightarrow \sqrt{22583,7} = 150,30 \text{ mm} \quad (3.12)$$

$$\text{Escoras diagonais - } A,s = \frac{2,49}{0,43} = 5784,90 \text{ mm}^2 \Leftrightarrow \sqrt{5784,9} = 76,10 \text{ mm} \quad (3.13)$$

### 3.3 Modelos treliçados reforçados com conectores transversais, Solução I

O modelo “com simulação do atrito” apresentado na secção anterior foi reforçado com conectores transversais, por forma a avaliar as alterações nos campos das escoras do modelo simples, bem como se se verificam variações significativas relativamente aos deslocamentos verticais. A razão para não se testar o modelo “sem simulação do atrito” prende-se com o facto de a “solução de reforço” simulada influenciar a resistência no “núcleo” do modelo. Se não se igualarem os deslocamentos no topo do modelo, os nós da zona central do lintel sofrerão menores deslocamentos que os dos vértices, que apresentarão resultados similares aos obtidos no modelo não reforçado, dado as escoras a estes ligadas serem verticais e transmitirem as cargas directamente aos apoios que lhes são colineares. Tendo em vista a simplificação do modelo, não se modelaram as chapas de ancoragem.

O procedimento consistiu na aplicação de cabos (cable), que trabalham apenas à tracção, a que foram atribuídas as propriedades do material “Conector” e uma secção circular de 16mm de diâmetro [27]. Estes são ligados a pontos nas faces dos modelos no plano (X-Z).

Na figura 3.11 apresenta-se o resultado deste procedimento relativo ao campo de compressões verticais, no plano (Y-Z).

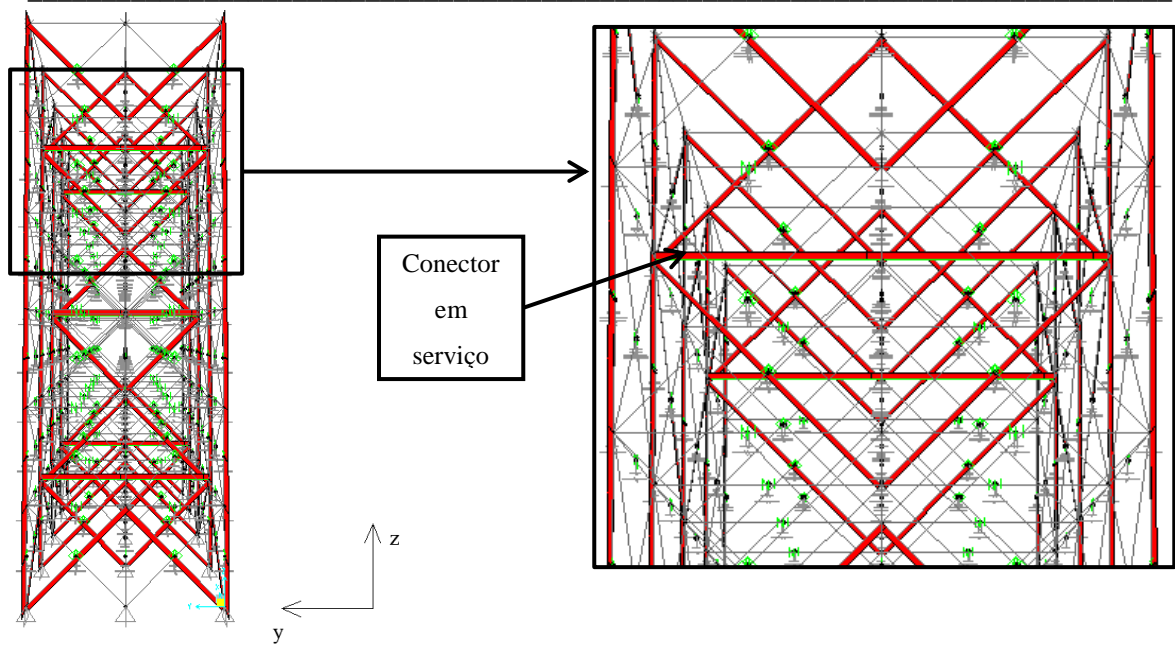


Figura 3.11 - Diagramas de compressão do modelo reforçado com cabos, Plano (Y-Z)

### 3.3.1 Secções das escoras

A força máxima média obtida experimentalmente para estes modelos foi de 199,30 kN. O valor das cargas nodais aplicadas no modelo foi de:

$$\frac{199,30}{15} = 13,29 \text{ kN} \quad (3.14)$$

Começou por se atribuir a mesma secção com 100mm de lado a todas as escoras e avaliar a quantitativa e qualitativamente os diagramas obtidos. Neste caso, consequência da simulação do atrito do lintel e anulação dos elementos de tracção da estrutura, a escora mais comprimida situa-se no centro do modelo, sendo o valor de compressão verificado de 15,23 kN.

$$\sigma^{max} = 0,43 \text{ MPa} = \frac{15,23}{A_{,s}} \Leftrightarrow A_{,s} = \frac{15,23}{0,43} = 35423,30 \text{ mm}^2 \quad (3.15)$$

$$\sqrt{A_{,s}} = \sqrt{35423,3} = 188,20 \text{ mm} \quad (3.16)$$

Quanto às escoras diagonais:

$$A_{,s} = \frac{2,06}{0,43} = 4771,90 \text{ mm}^2 \Leftrightarrow \sqrt{4771,9} = 69,10 \text{ mm} \quad (3.17)$$

### 3.4 Modelos sólidos para análises elásticas lineares

#### 3.4.1 Direcções das tensões no espaço

Na figura 3.12 representa-se o paralelepípedo elementar com as componentes do vector das tensões nas facetas positivas. Relativamente aos elementos sólidos deste trabalho, as direcções X,Y e Z correspondem, respectivamente, às direcções 11, 22 e 33. Desta forma, no plano (X-Z), tensões segundo a direcção 11 correspondem a componentes horizontais do vector das tensões. No plano (Y-Z), tensões segundo a direcção 22 correspondem, igualmente, a componentes horizontais do vector das tensões. Em qualquer um dos planos, as tensões na direcção 33 correspondem a componentes verticais do vector das tensões.

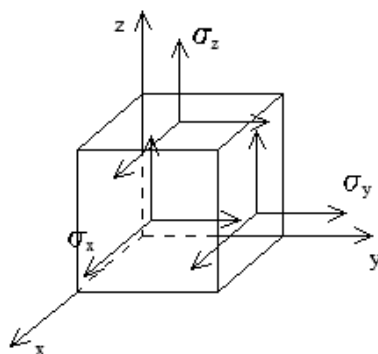


Figura 3.12 - Representação das componentes do vector das tensões no espaço [12]

#### 3.4.2 Caracterização dos modelos sólidos

Criou-se um elemento plano casca com 0,40m de espessura (correspondente à espessura dos modelos experimentais) e uma área quadrada de  $0,20 \times 0,20\text{m}$ , paralela ao plano (X-Z). Replicou-se no mesmo plano por forma a obter as dimensões reais dos modelos experimentais, resultando num modelo com vinte e quatro elementos casca.

Como nos primeiros modelos apresentados, atribuiu-se o material “Alvenaria” para que estes apresentem as características médias obtidas experimentalmente. Pretendeu-se fazer a análise às estruturas simples e reforçadas com as duas “soluções de reforço” apresentadas na secção 3.1.

A análise linear efectuada ao modelo não reforçado mostrou-se possível mas, relativamente aos restantes modelos, o facto de uma estrutura composta por elementos casca ser plana, limita a simulação da aplicação das “soluções de reforço” no volume.

Dividiu-se a estrutura plana em quatro planos paralelos ao eixo (X-Z) com espessura de 0,10m e atribuíram-se-lhes propriedades de sólido paralelepipedico. Desta forma, ao invés de elementos planos com 4 nós e espessura de 0,10m, passaram a ter-se elementos sólidos com 8 nós e a mesma espessura, resultando num modelo com noventa e seis elementos paralelepipedicos.

Este procedimento permitiu a ligação de elementos barra entre pontos colineares em todos os planos, por forma a se simularem as “soluções de reforço”. Na figura 3.13 apresenta-se o modelo final não reforçado.

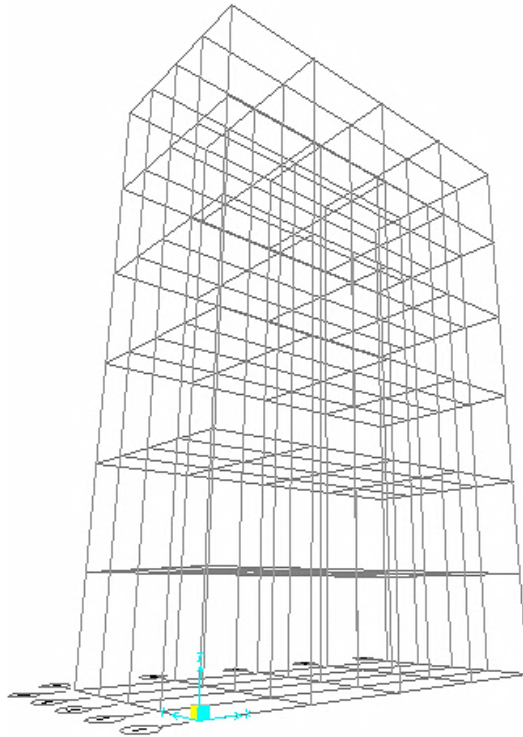


Figura 3.13 - Modelo sólido para compressão axial

### **3.4.3 Peso próprio**

Atribuiu-se ao material “Alvenaria” o peso próprio de  $17,25 \text{ kN/m}^3$  obtido experimentalmente por F. Pinho [27], uma vez que as estruturas apresentam um volume equivalente os modelos experimentais.

### **3.4.4 Acções verticais e horizontais**

As acções para os modelos sólidos são iguais às descritas na secção 3.2.3 para os modelos treliçados.

### **3.4.5 Lintel no topo dos modelos**

Para simulação do lintel seguiu-se solução “com simulação do atrito”, descrita e aplicada nos modelos treliçados sem restrições nas rotações generalizadas, uma vez que o impedimento destas rotações nos nós de elementos sólidos não condiciona os resultados.

---

### **3.4.6 Modelos sólidos reforçados com conectores transversais, Solução I**

Reforçaram-se os modelos sólidos seguindo o mesmo procedimento aplicado para os modelos treliçados. As características geométricas e mecânicas dos elementos barra são também as mesmas.

### **3.4.7 Modelos sólidos reforçados com fitas metálicas**

Reforçaram-se os modelos sólidos com elementos barra com comportamento axial (cable), com as características geométricas e mecânicas correspondentes às fitas metálicas utilizadas nos ensaios experimentais por M. Fonseca [12].

## DISCUSSÃO E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

## 4.1 Modelo treliçado para compressão simples

Na figura 4.1 apresentam-se os diagramas de compressão dos dois modelos de compressão axial, no plano (X-Z), onde se observa a confluência de esforços no modelo “com simulação do atrito”, ao invés das escoras verticais do modelo “sem simulação do atrito”.

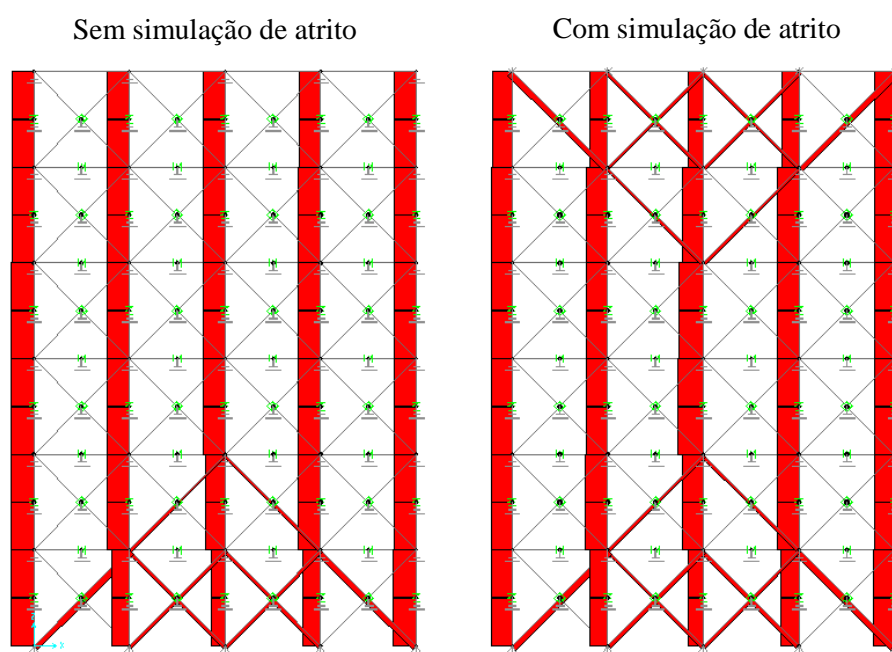


Figura 4.1 - Diagramas de esforços sem e com simulação do atrito no lintel (X-Z)

Relativamente aos deslocamentos, são apresentados e comparados com os valores obtidos experimentalmente por F. Pinho, na tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Comparação entre resultados experimentais e numéricos

Deslocamento vertical médio para a força máxima [27]	Deslocamento vertical médio sem simulação de atrito	Deslocamento vertical com simulação de atrito
$\delta_{v,m}$ [mm]	$\delta_{v,m}$ [mm]	$\delta_v$ [mm]
5,8	3,8	3,7

Conclui-se que, para campos de tensões válidos e respeitando as características médias dos materiais e a máxima tensão média resistente obtida experimentalmente por F. Pinho [27], os modelos de compressão axial não reforçados fornecem valores de deslocamento vertical na mesma ordem de grandeza (mm) que os reais e de valor inferior.

#### 4.2 Modelo de compressão simples reforçado com conectores metálicos transversais

Na tabela 4.2 apresenta-se o resultado do deslocamento no topo da estrutura, comparado com o valor obtido experimentalmente por F. Pinho [27]

Tabela 4.2 - Valores de deslocamento do topo dos modelos experimental e numérico

<b>Deslocamento vertical médio para a força máxima [27]</b>	<b>Deslocamento vertical do modelo treliçado reforçado</b>
$\delta_{v,m,S1}$ [mm]	$\delta_{v,S1}$ [mm]
4,7	4,3

Conclui-se que, para campos de tensões válidos que respeitam as características médias dos materiais e a máxima tensão média resistente obtida experimentalmente, o modelo de compressão reforçado fornece um valor de deslocamento vertical na mesma ordem de grandeza (mm) e de valor inferior.

A simulação da “solução de reforço I” altera significativamente os campos de compressões, ajudando a prever as tipologias dos campos de tensões reais nos modelos experimentais. Os valores de deslocamento obtidos dependem directamente do carregamento imposto e do dimensionamento das escoras, sendo pouco influenciados por quaisquer elementos de reforço aplicados.

#### 4.3 Modelos para análise plástica do ensaio de compressão-corte

Devido às características não lineares materiais, aos elementos de ligação entre barras da estrutura e à natureza do método de discretização e cálculo utilizado, o equilíbrio da estrutura para a combinação de acções não foi possível de obter para alguns nós.



Ao se condicionar as cargas por barras apenas com comportamento axial, inclinação fixa de  $45^\circ$ , com rotações dos nós restringidas e inexistência de elementos para dissipação de tracções, existem nós onde o equilíbrio CCC não é possível. Sendo necessário equilibrar alguns nós tipo CCT, figura 4.2, o programa itera consecutiva e inconsequentemente o sistema de equações de equilíbrio.

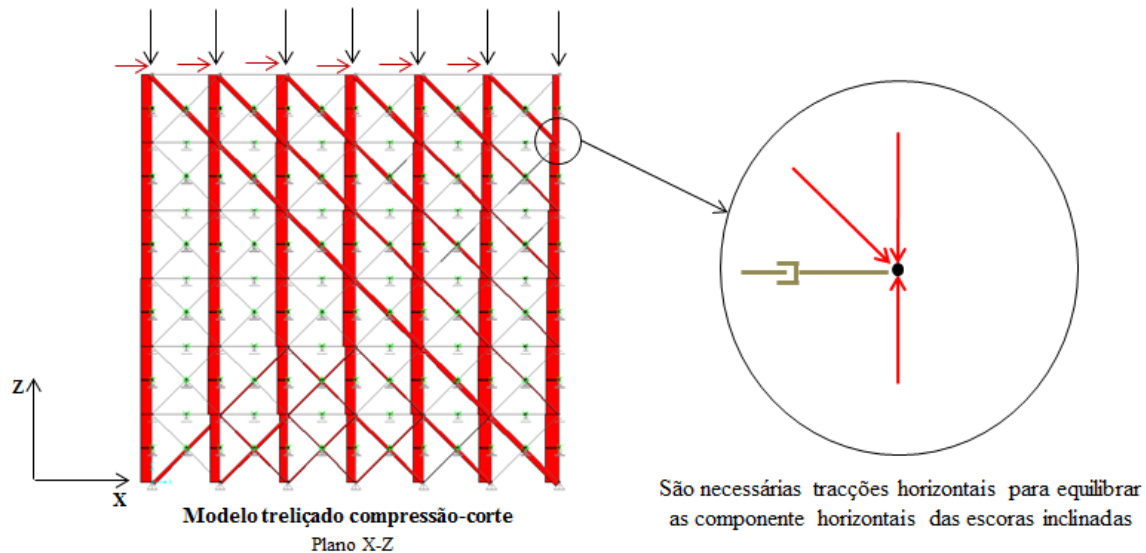


Figura 4.2 - Modelo treliçado para compressão-corte (plano X-Z)

Conclui-se que o método de análise implementado no programa de elementos finitos escolhido não é válido.

#### 4.4 Modelos sólidos para análise elástica linear

Como referido anteriormente, o objectivo dos modelos sólidos para análise elástica linear foi diferente do proposto para os modelos treliçados. Se nos primeiros os objectivos eram avaliar campos de compressões, neste caso pretende-se analisar os campos de tensões onde é possível verificar quais as zonas traccionadas, por forma a conceber modelos de escoras e tirantes equivalentes e avaliar o confinamento dos métodos de reforço experimentais propostos para estudo.

Os modelos de escoras e tirantes concebidos prevêem os efeitos das tensões verticais e horizontais, tendo sido idealizados com um carregamento correspondente a seis cargas estaticamente equivalentes, equidistantes, cujo somatório perfaz a média das forças máximas obtida experimentalmente por F. Pinho [27].

Dado tratarem-se de estruturas de alvenaria de pedra, a verificação da compressão das escoras prevista para os modelos em betão armado [34] não será tida em conta uma vez que, na bibliografia consultada, não há informação relativa à verificação deste parâmetro para estruturas deste tipo. Relativamente à máxima inclinação das escoras não verticais, P. Roca [32] define que este parâmetro é directamente dependente do valor de coesão da estrutura. Contudo não foi possível obter valores de coesão, quer ao nível da alvenaria como material compósito, quer ao nível das argamassas utilizadas. Dado o referido anteriormente, a análise a estes modelos é de cariz qualitativo. Assumiu-se que o atrito resultante da interacção entre o lintel e o murete é constante. Desta forma, as escoras não verticais de cada um dos modelos apresentados têm a mesma inclinação.

#### 4.4.1 Modelo não reforçado para compressão axial

Na figura 4.3 apresenta-se o campo de tensões nas direcções 11 (plano X-Z) e 22 (plano Y-Z) correspondentes a tensões horizontais. Junto às figuras apresentam-se os eixos correspondentes às direcções das tensões. Os valores de tensão apresentados na escala de cores são em quilopascal (kPa).

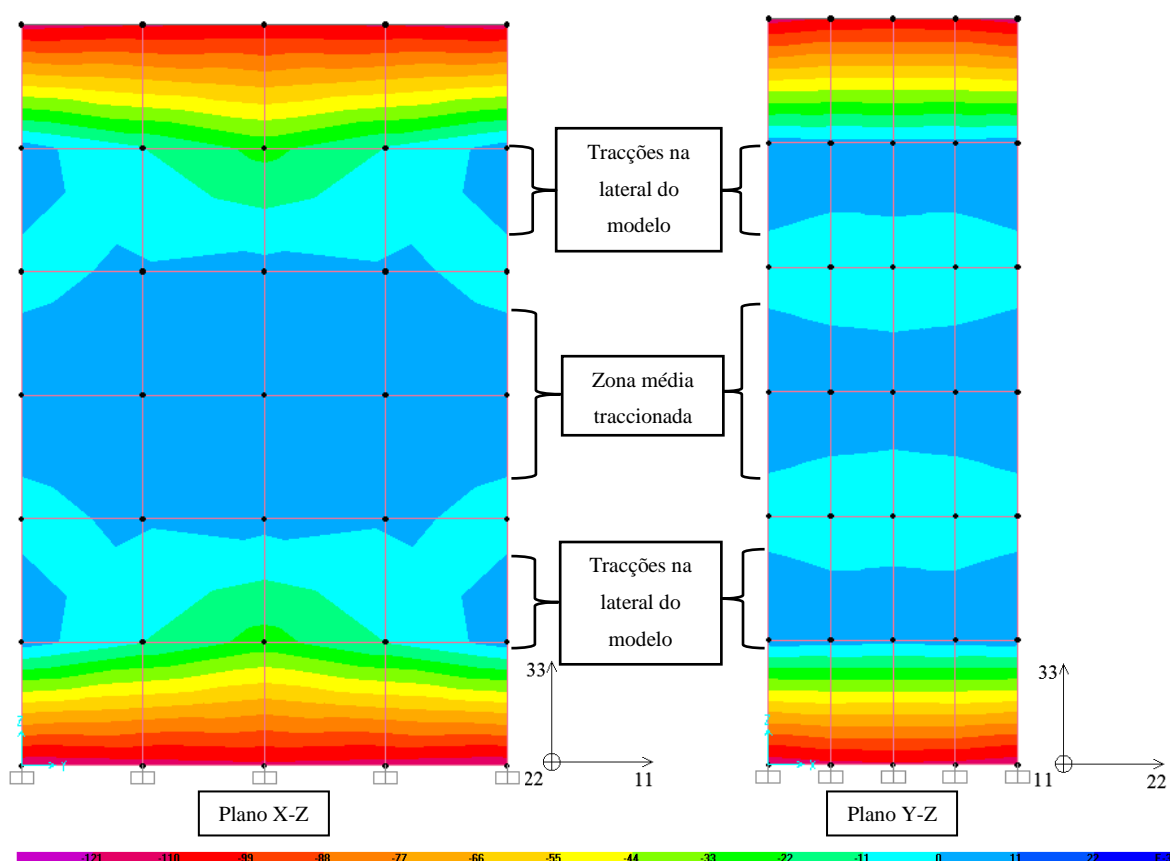


Figura 4.3 - Campos de tensões para compressão nas direcções 11 (plano X-Z) e 22 (plano Y-Z)

Constata-se que a região sujeita a maiores tracções no plano (X-Z) é a zona média, correspondendo a sensivelmente 1/3 da altura dos modelos experimentais. No plano perpendicular, verifica-se uma alternância entre zonas de compressão e de tracção, resultante de consecutivas confluências e dispersões das linhas de compressão.

Na figura 4.4 apresenta-se o campo de tensões nos dois planos, concluindo-se que o atrito entre o lintel e o murete provoca uma confluência das linhas de compressão do topo do modelo para a sua zona média, seguida de uma dispersão até aos apoios na base.

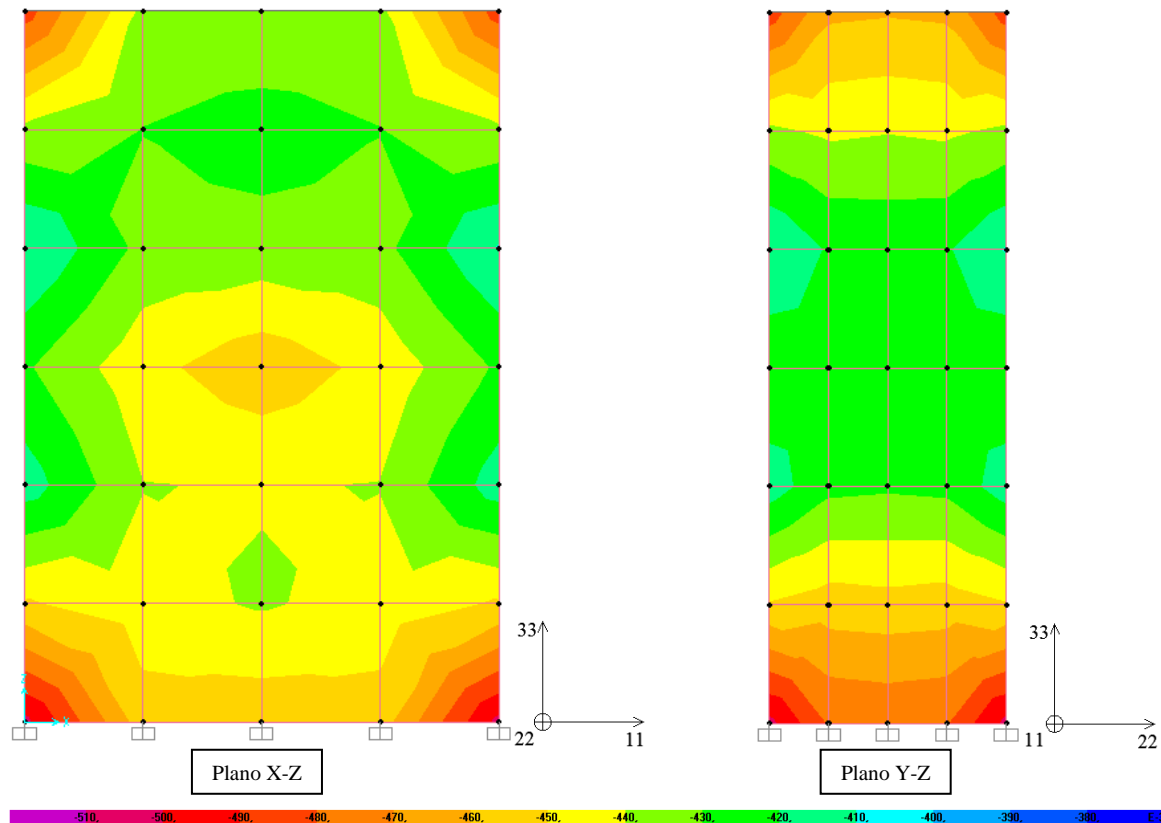


Figura 4.4 - Campos de tensões para compressão na direcção 33, planos (X-Z) e (Y-Z)

Na figura 4.5 representam-se as orientações das direcções principais nos dois planos.

Na figura 4.6 apresenta-se o modelo de escoras e tirantes concebido, tendo em conta as resultantes das zonas de compressão e tracção. Combinaram-se as acções verticais com componentes horizontais devidas ao atrito entre o lintel e o murete. Traçaram-se os caminhos de carga de forma a obter um modelo equilibrado com nós tipo CCC e CCT.

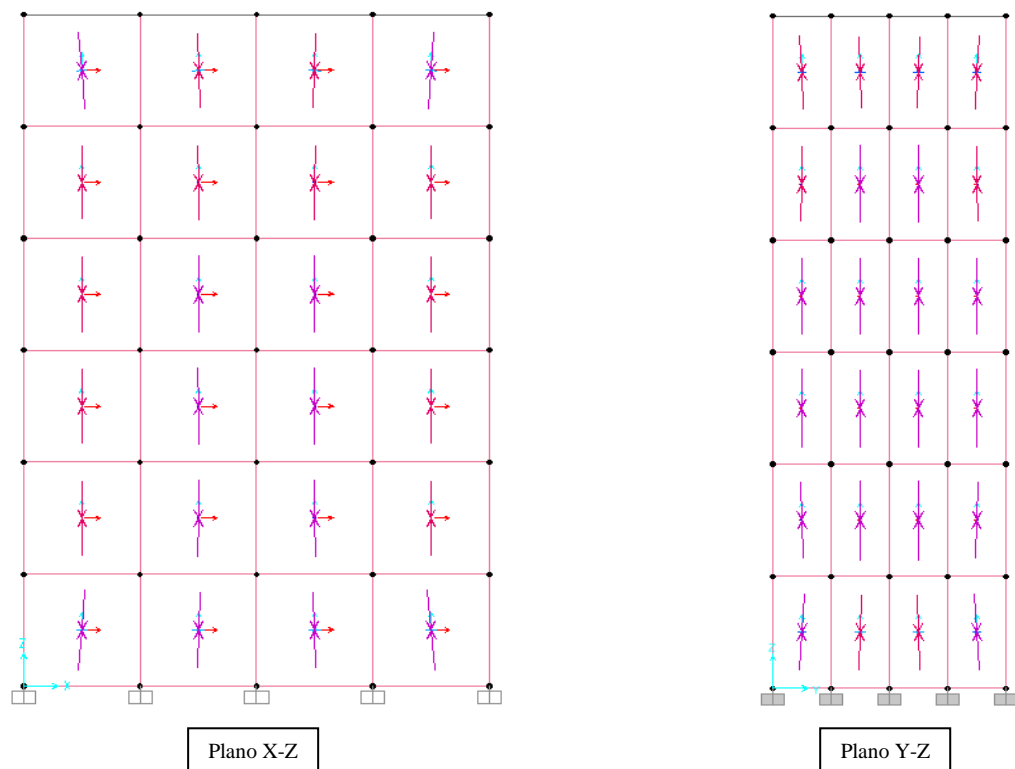


Figura 4.5 - Vectors representativos da orientação das tensões principais , planos (X-Z) e (Y-Z)

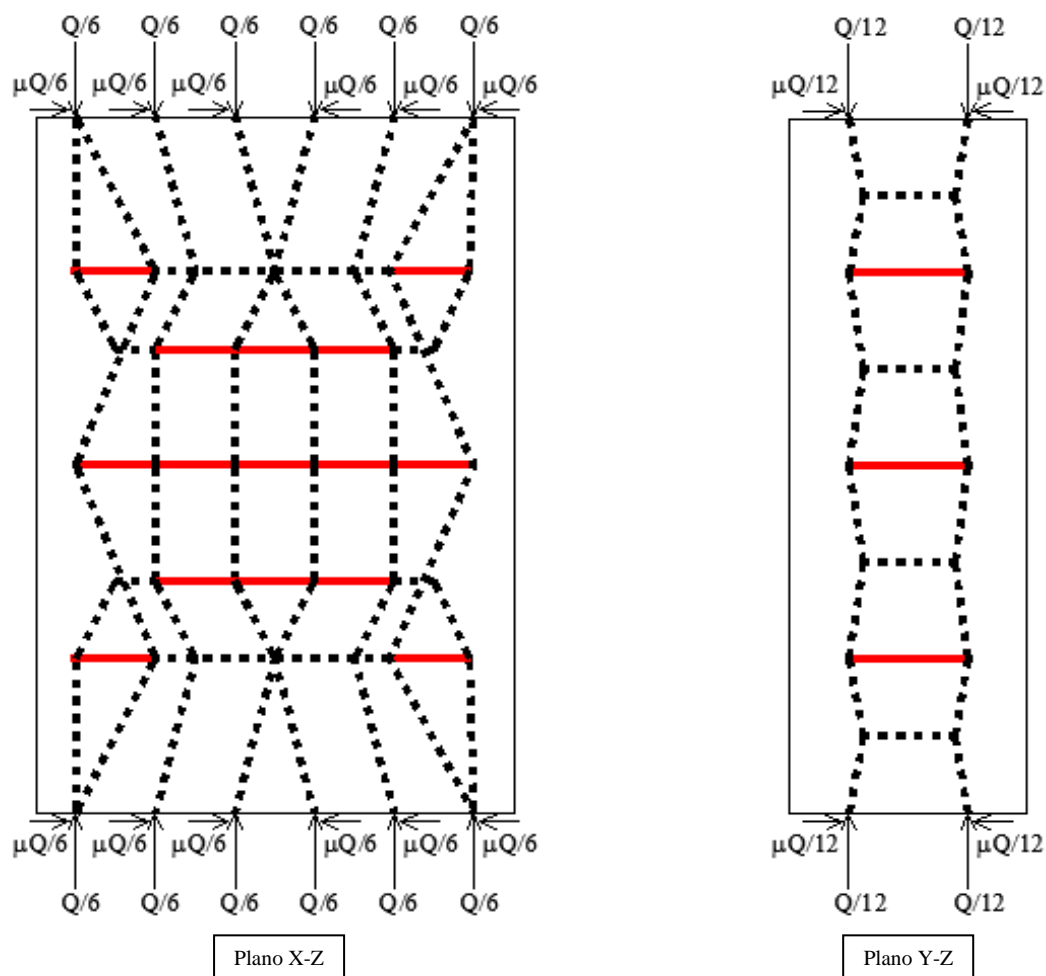


Figura 4.6 - Modelo de escoras e tirantes para modelo numérico não reforçado, planos (X-Z) e (Y-Z)

#### 4.4.2 Modelo reforçado com conectores transversais (Solução I)

Analogamente ao ponto anterior, apresentam-se na figura 4.7 os campos de tensões segundo as direcções principais 11 (plano X-Z) e 22 (plano Y-Z), para o modelo reforçado com conectores transversais. Os conectores são simulados com elementos barra, não se tendo modelado as chapas de ancoragem nem as almofadas de argamassa.

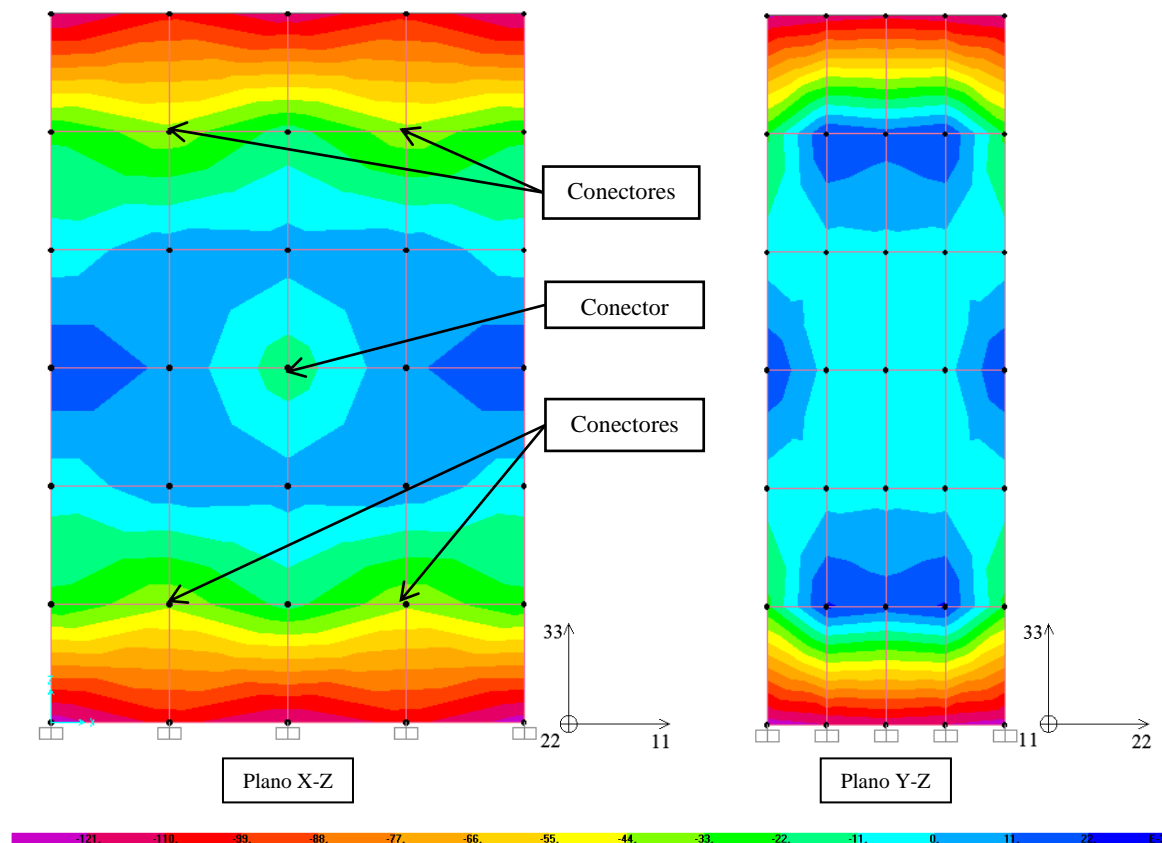


Figura 4.7 - Campos de tensões para compressão, modelo com conectores, direcções 11 (plano X-Z) e 22 (plano Y-Z)

Na figura 4.8 apresenta-se o campo de tensões na direcção 33.

Conforme se pode observar, os conectores confinam a alvenaria nas redondezas, provocando compressões onde, no modelo de referência, existiam tracções. O forte confinamento destes elementos provoca tracções na direcção 22 em regiões não confinadas, conforme se assinala nas figuras 4.7 e 4.8. O facto de não se ter modelado a chapa de ancoragem não permite simular a dissipação de tensões que esta provoca.

Na figura 4.9 apresenta-se o modelo de escoras e tirantes correspondente aos campos de tensões resultantes. Aqui são assinalados os pontos onde se encontram os conectores, tendo sido levada em conta a sua acção de confinamento na orientação das linhas de compressão.

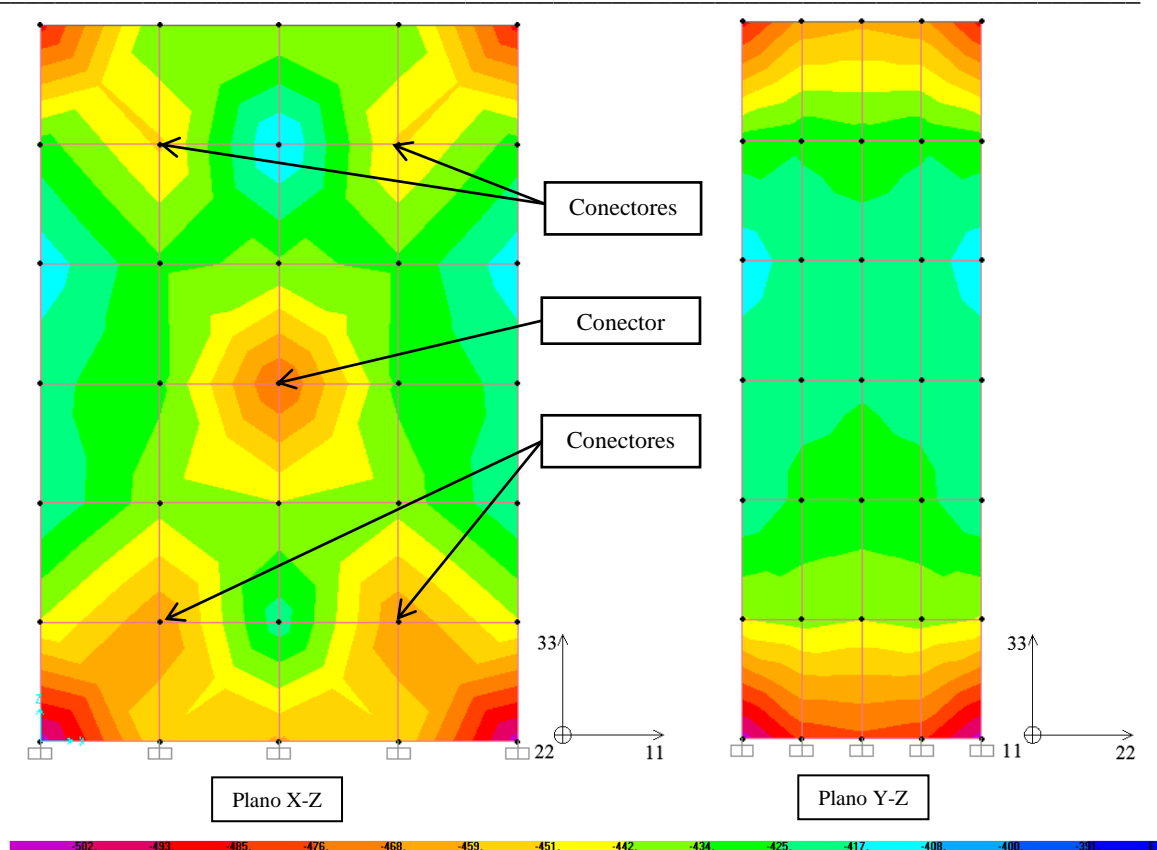


Figura 4.8 - Campos de tensões para compressão, modelo com conectores, direcção 33 (planos X-Z e Y-Z)

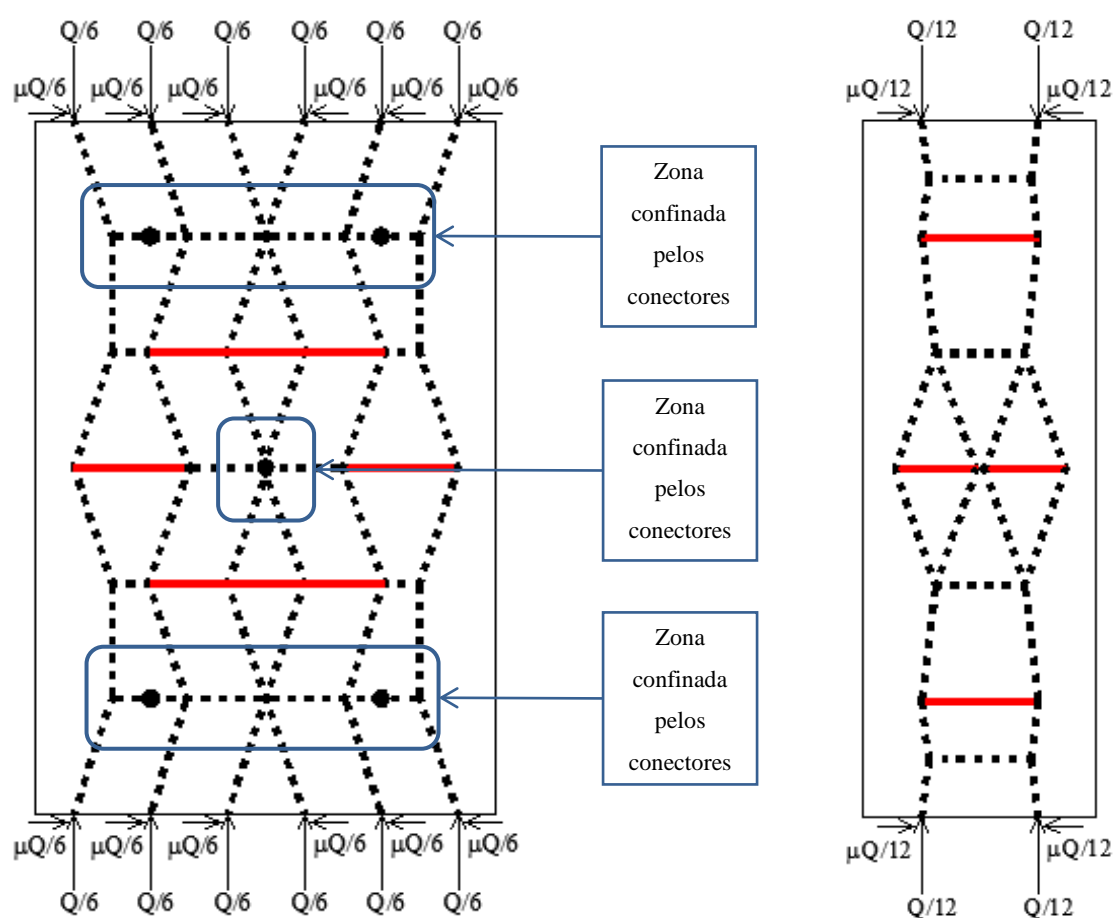


Figura 4.9 - Modelo de escoras e tirantes, reforço com conectores transversais, planos (X-Z) e (Y-Z)

#### 4.4.3 Modelo reforçado com fitas metálicas contínuas

Na figuras 4.10, apresentam-se os campos de tensões segundo as direcções principais 11 (plano X-Z) e 22 (plano Y-Z), para o modelo sólido reforçado com fitas metálicas contínuas. As fitas metálicas foram simuladas com elementos barra, com as características mecânicas obtidas no âmbito do trabalho de M. Fonseca [13, 27].

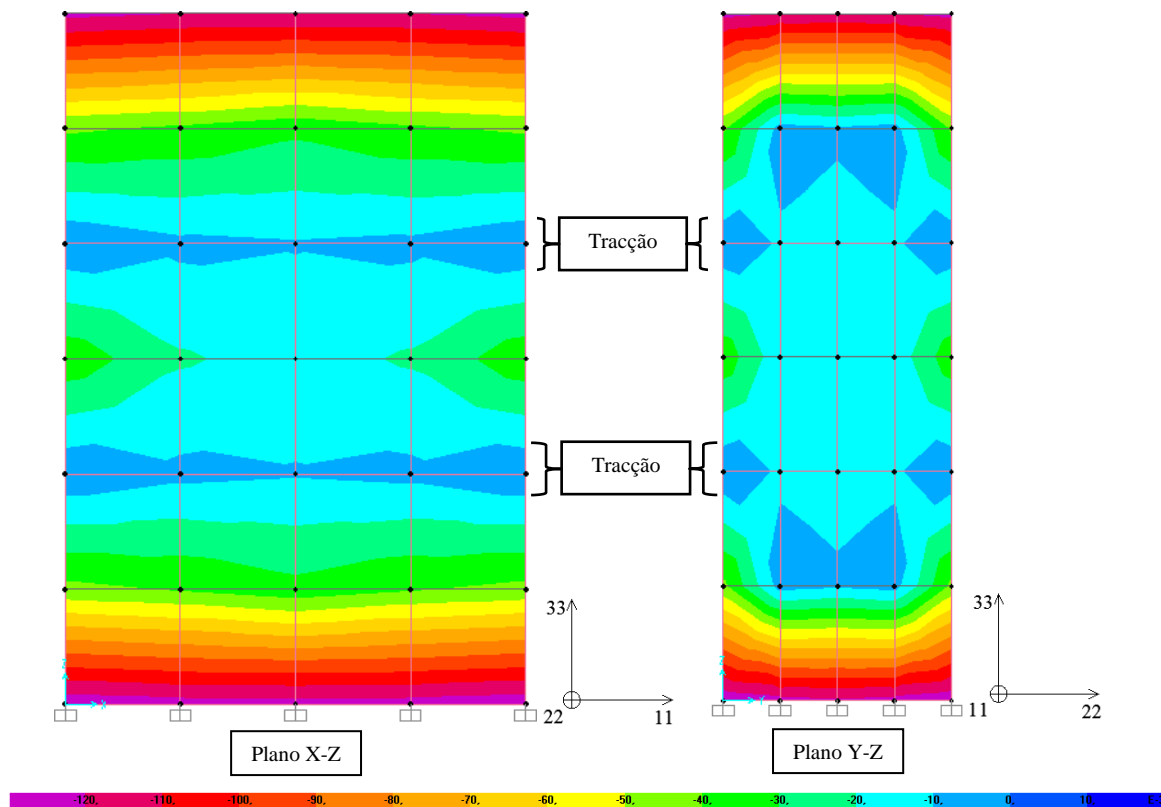


Figura 4.10 - Campos de tensões para compressão, modelo com fitas metálicas, direcções 11 (plano X-Z) e 22 (plano Y-Z)

Tal como se verifica com os conectores transversais, também as fitas metálicas confinam a alvenaria nas redondezas, provocando compressões onde, no modelo de referência, existiam tracções. Contudo, embora o campo de tensões resultante seja homogéneo, o confinamento desta “solução de reforço” origina menores compressões que as verificadas para a solução com conectores transversais. Neste caso, verificam-se tracções segundo linhas horizontais, correspondentes a áreas que não são abrangidas pela área de influência do confinamento das fitas.

Na figura 4.11, apresentam-se os campos de tensões segundo a direcção 33 (plano X-Z e plano Y-Z), para o mesmo modelo.

Na figura 4.12 apresenta-se o modelo de escoras e tirantes para a solução de reforço com fitas metálicas contínuas.

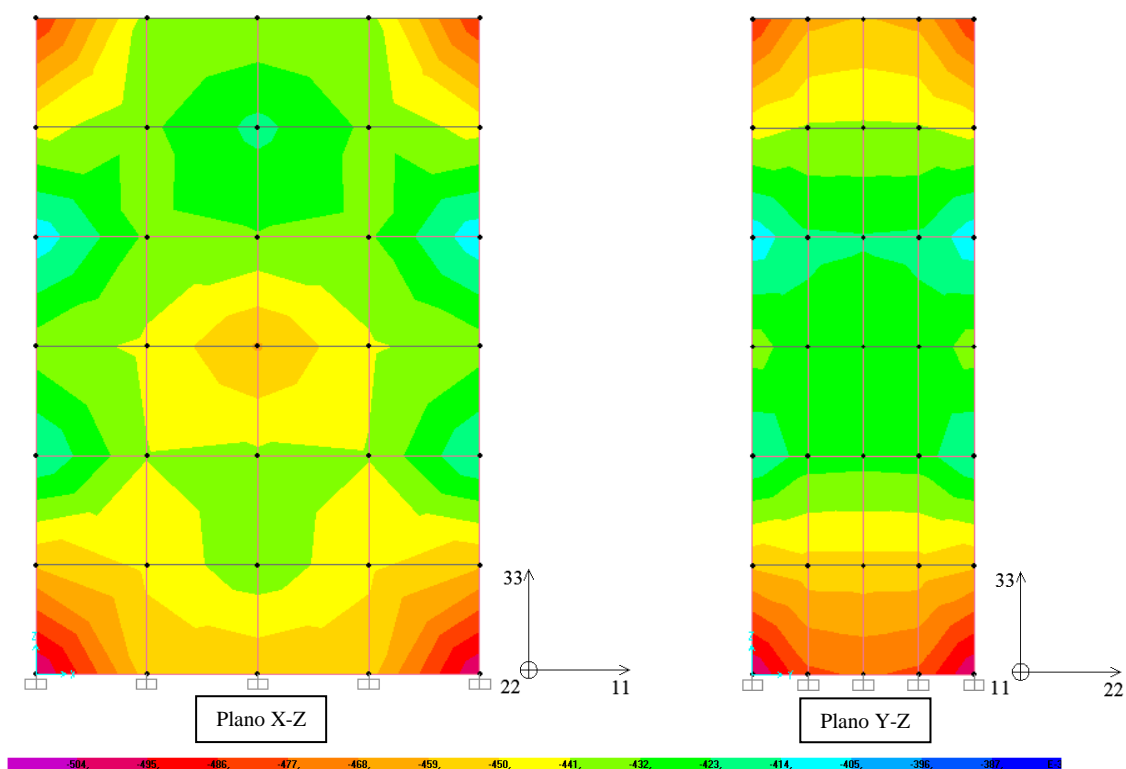


Figura 4.11 - Campos de tensões para compressão, modelo com fitas metálicas, direcção 33 (planos X-Z e Y-Z)

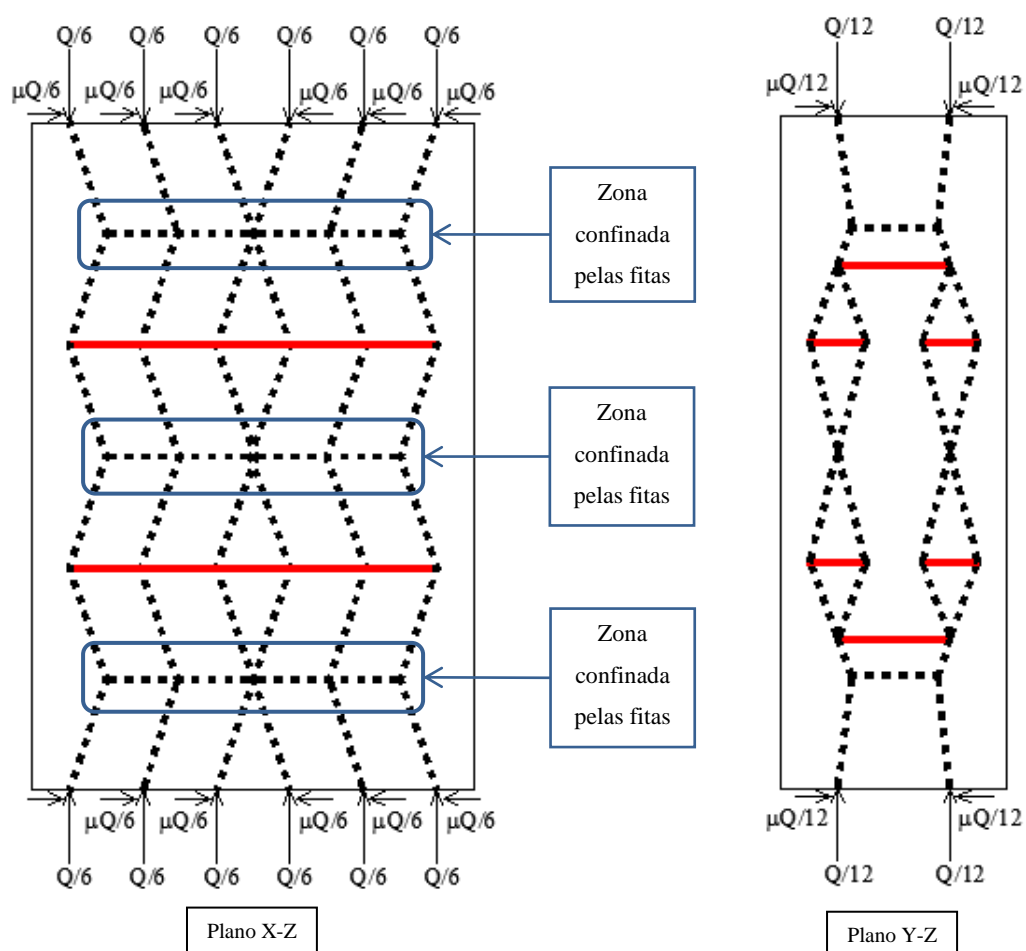


Figura 4.12 - Modelos de escoras e tirantes para modelo reforçado com fitas metálicas contínuas, planos (X-Z) e (Y-Z)



## 4.5 Modelos sólidos para compressão-corte

Seguidamente apresentam-se os resultados relativos às tensões nas direcções 11 e 33 para cada um dos modelos para compressão-corte. Após isto, comparam-se os resultados dos três modelos quanto ao confinamento na direcção 22 (transversal).

### 4.5.1 Modelo não reforçado, direcções 11 e 33

Na figura 4.13 apresenta-se o campo de tensões do modelo não reforçado na direcção 11. Verifica-se um campo de tracções com resultante aproximadamente diagonal na zona média do modelo e fortes compressões nos topos.

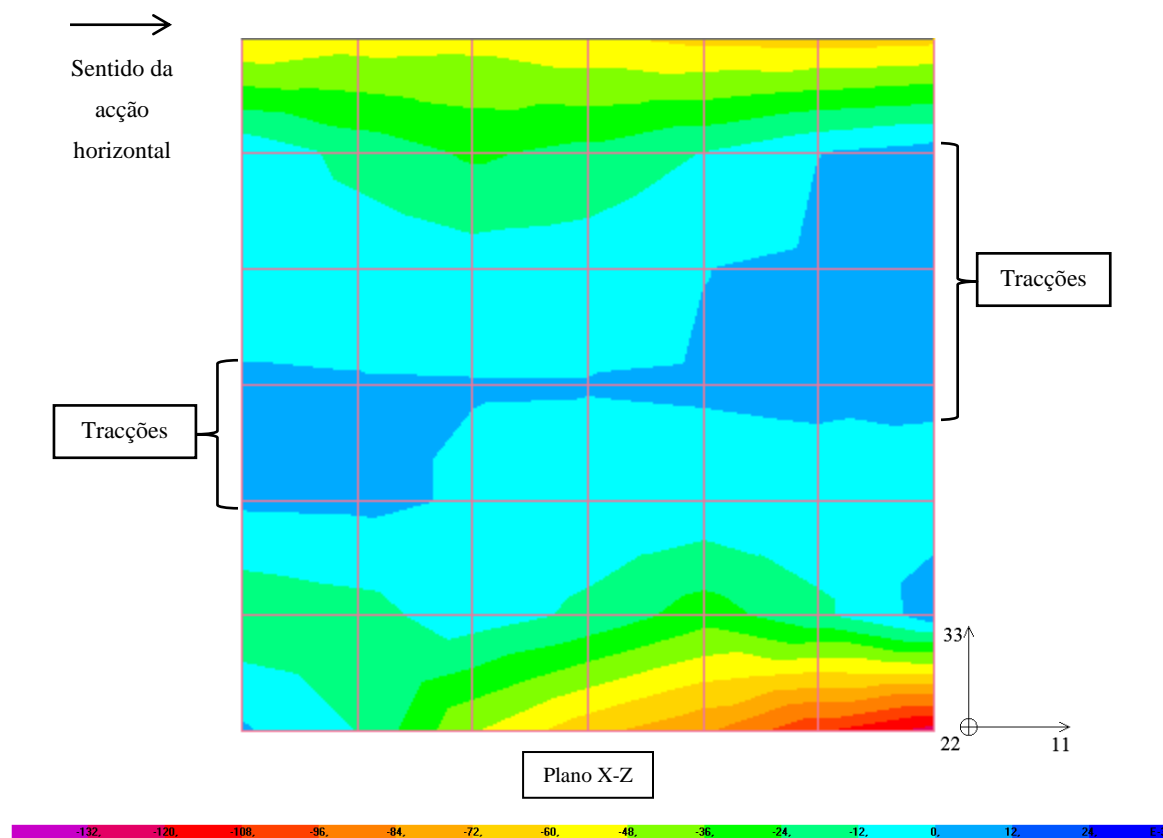


Figura 4.13 - Campo de tensões para compressão-corte na direcção 11 (plano X-Z), modelo não reforçado

Na figura 4.14 apresenta-se o campo de tensões do modelo não reforçado na direcção 33. Neste caso, observa-se uma concentração de compressões no canto inferior direito e tracções no limite lateral esquerdo do modelo, que provocam uma rotura parcial do mesmo.

Conclui-se que, para acções com grandezas relacionáveis pelo equilíbrio de momentos, a superfície de rotura destes modelos será segundo fendilhação diagonal por incapacidade resistente à resultante das acções exteriores e a esforços de flexão.

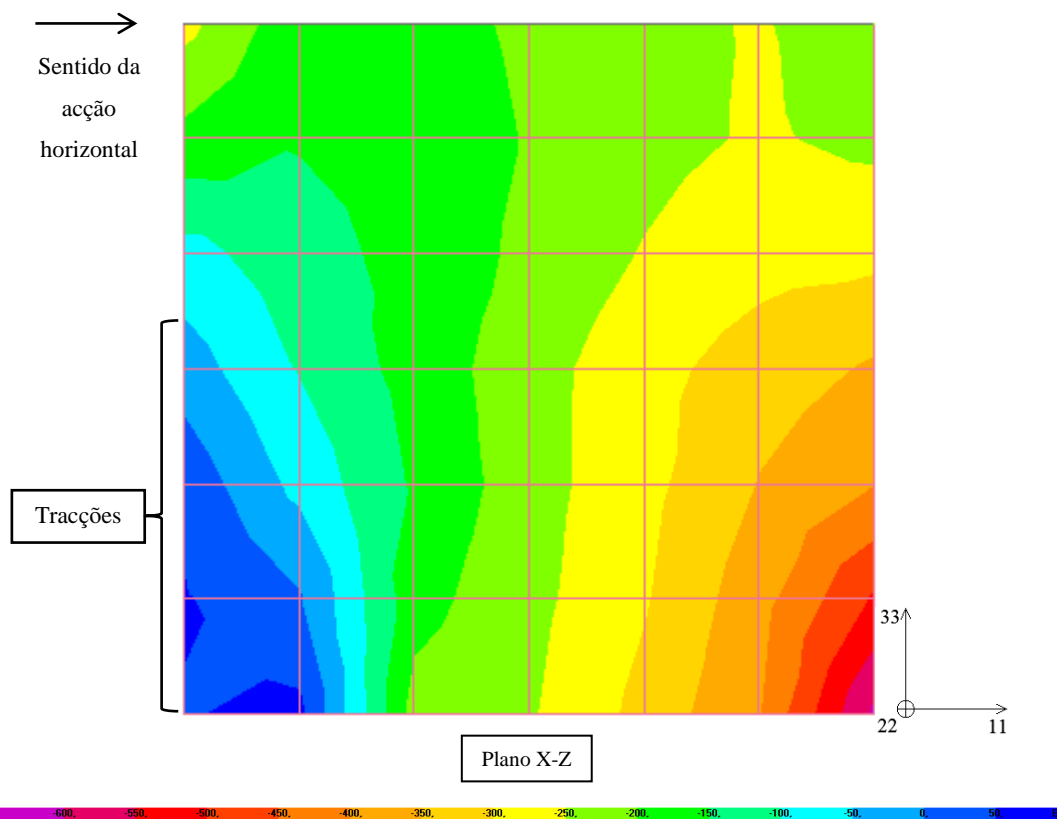


Figura 4.14 - Campo de tensões para compressão-corte na direcção 33 (plano X-Z), modelo não reforçado

Na figura 4.15 apresentam-se os vectores as orientações principais das tensões para o modelo não reforçado, observando-se confluência de compressões para o canto inferior direito.

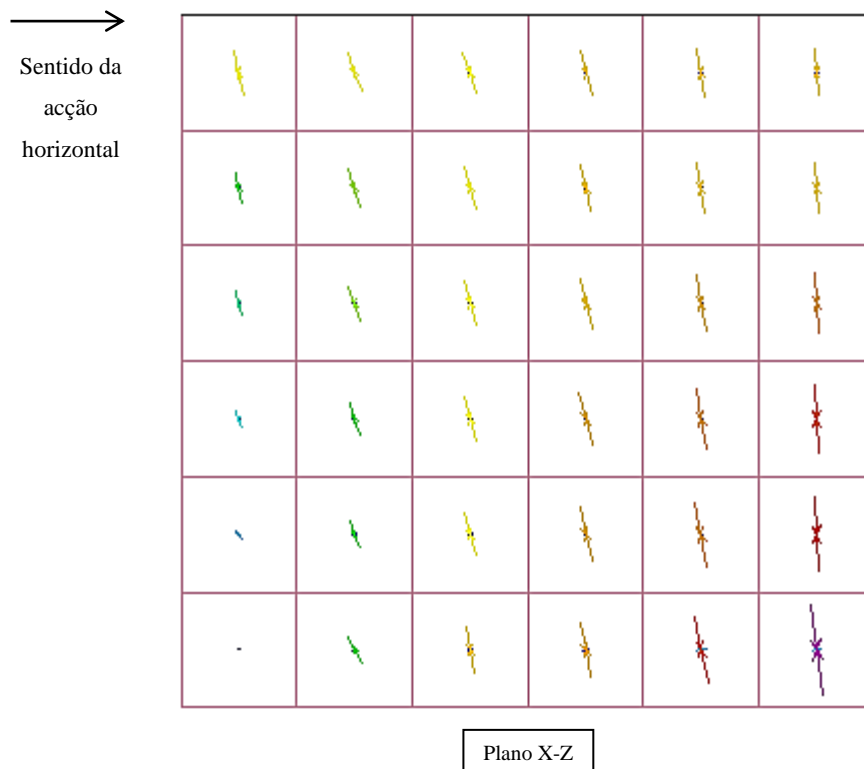


Figura 4.15 - Vectores das direcções principais do modelo não reforçado

Na figura 4.17 apresenta-se um modelo de escoras e tirantes possível para este problema. Teve-se em conta apenas os campos de tracções referentes às tensões na direcção 11 dado que as tracções verificadas na direcção vertical provocam a rotura de uma parte do modelo devido à confluência de compressões diagonais para o canto contrário.

Tomando por base o modelo de escoras teórico de F. Pinho, M. Baião e V. Lúcio [29], a resultante do carregamento encontra-se no eixo de simetria do modelo. Pelas equações 2.18 e 2.19, apresenta-se na figura 4.16 a orientação da resultante e a distribuição da reacção na base.

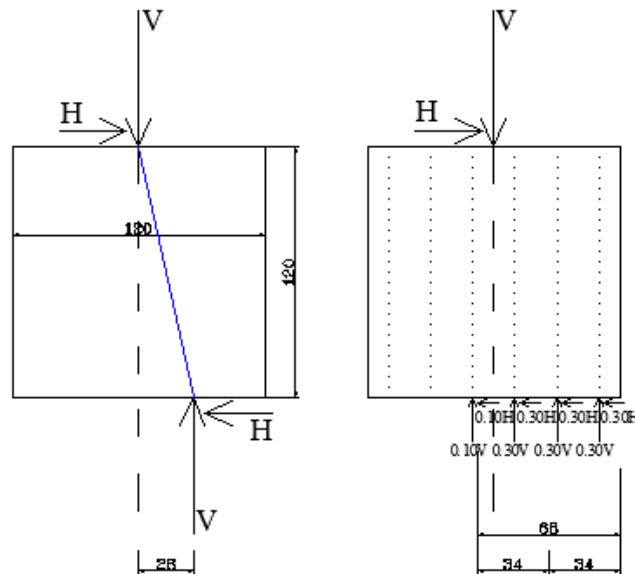
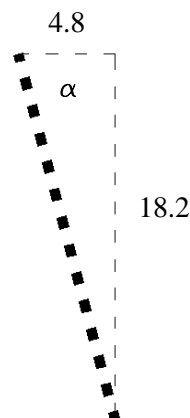


Figura 4.16 - Orientação da resultante inclinada

A inclinação das escoras no topo do modelo é, na realidade, variável. Por questões de simplicidade do modelo, admitiu-se a inclinação das mesmas como constante, tendo sido obtida com base na resultante entre as cargas verticais e horizontais aplicadas na estrutura, conforme se demonstra na figura 4.17 e nas equações seguintes:



$$V = 109.2 \text{ kN} \Rightarrow V/6 = 18.2 \text{ kN} \quad (4.1)$$

$$H = 23.8 \text{ kN} \Rightarrow H/5 = 4.8 \text{ kN} \quad (4.2)$$

$$\alpha = \text{tg} \left( \frac{18.2}{4.8} \right) \approx 75^\circ \quad (4.3)$$

Figura 4.17 - Inclinação das escoras do topo do modelo

Na figura 4.18 apresenta-se o modelo de escoras e tirantes concebido para o ensaio de compressão-corte. Os tirantes diagonais são referentes a tracções perpendiculares que provocam desvios das orientações das escoras. As reacções horizontais na base são associadas de um factor  $k_n$  correspondente à componente horizontal da resultante das acções, cujo somatório terá que ser igual à totalidade da carga horizontal aplicada.

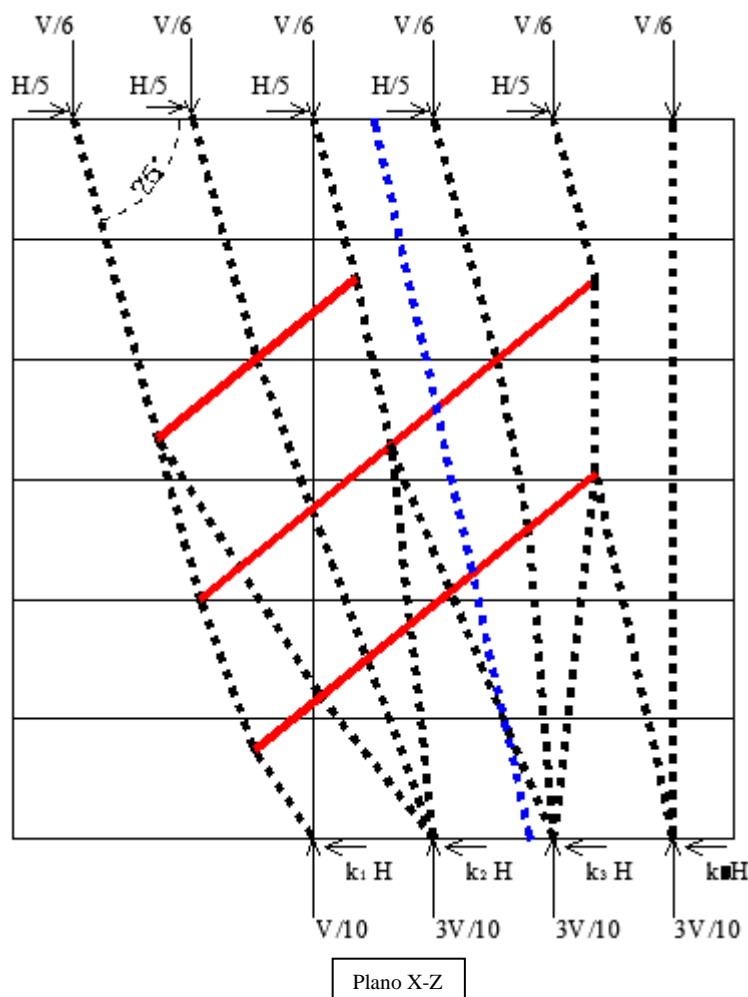


Figura 4.18 - Modelo de escoras e tirantes para compressão-corte

#### 4.5.2 Modelo reforçado com conectores transversais, direcções 11 e 33

Na figura 4.19 apresenta-se o campo de tensões para o modelo reforçado com conectores transversais nas direcções 11. Como se pode observar, comparando as áreas traccionadas deste modelo com o modelo não reforçado, a geometria altera-se. Conclui-se que os conectores transversais são eficazes para confinamentos pontuais, promovendo compressões transversais significativas e confluência de tensões para a sua zona de acção. Devido à sua acção não ser perimetral, não garantem homogeneidade do campo de compressões resultante, levando ao aparecimento de zonas traccionadas onde antes se verificavam compressões.

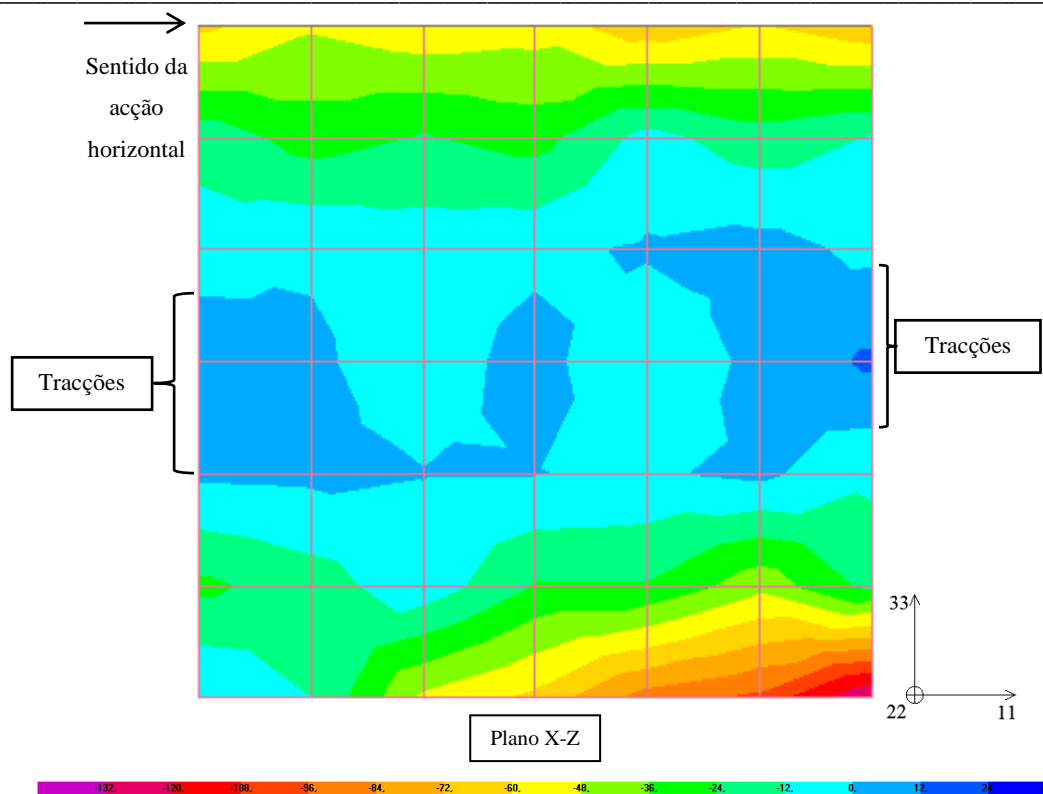


Figura 4.19 - Campo de tensões para compressão-corte na direcção 11 (plano X-Z), modelo reforçado com conectores transversais

Na figura 4.20 apresenta-se o campo de tensões do modelo reforçado com conectores na direcção 33. Os resultados são idênticos aos obtidos no modelo não reforçado.

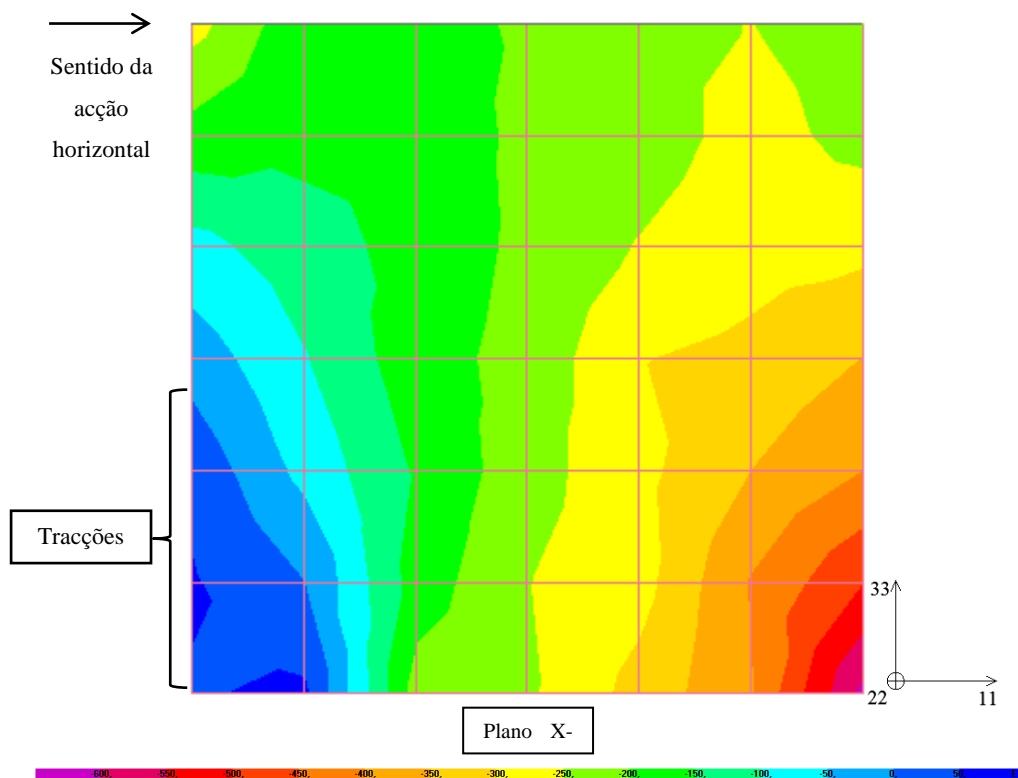


Figura 4.20 - Campo de tensões para compressão-corte na direcção 33 (plano X-Z), modelo reforçado com conectores transversais

### 4.5.3 Modelo reforçado com fitas metálicas, direcções 11 e 33

Nas figuras 4.21 e 4.22 apresentam-se, respectivamente, os campos de tensões nas direcções 11 e 33. O confinamento reduz as tracções na zona média dos modelos.

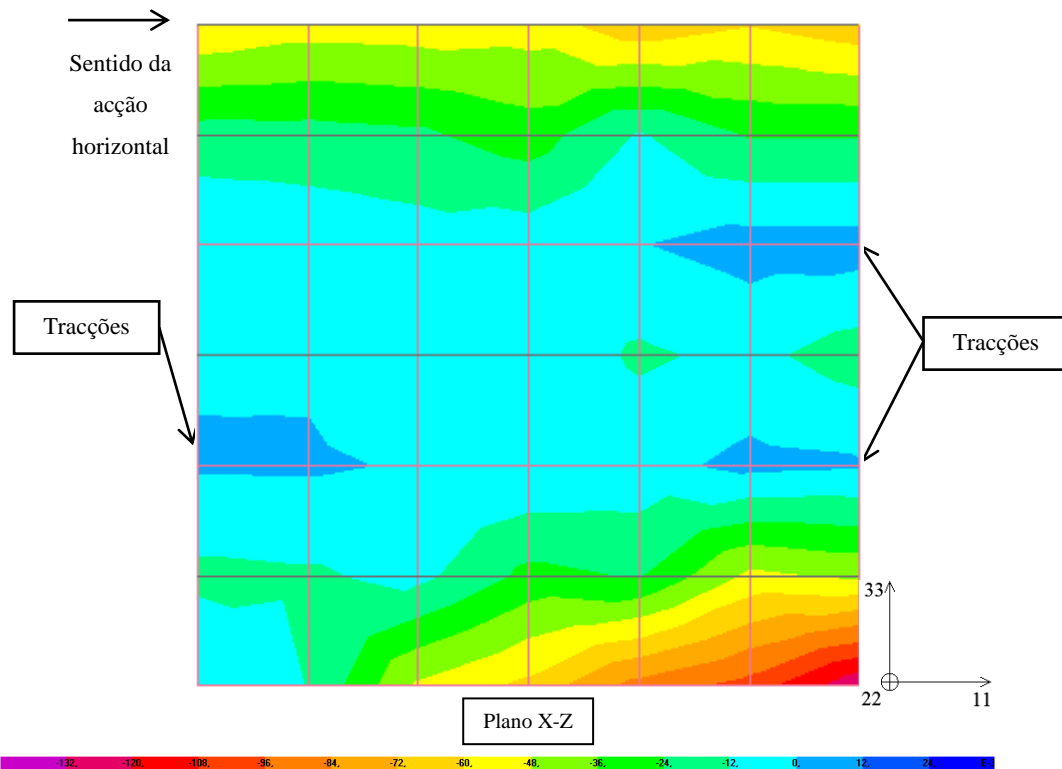


Figura 4.21 - Campo de tensões para compressão-corte na direcção 11 (plano X-Z), modelo reforçado com fitas metálicas

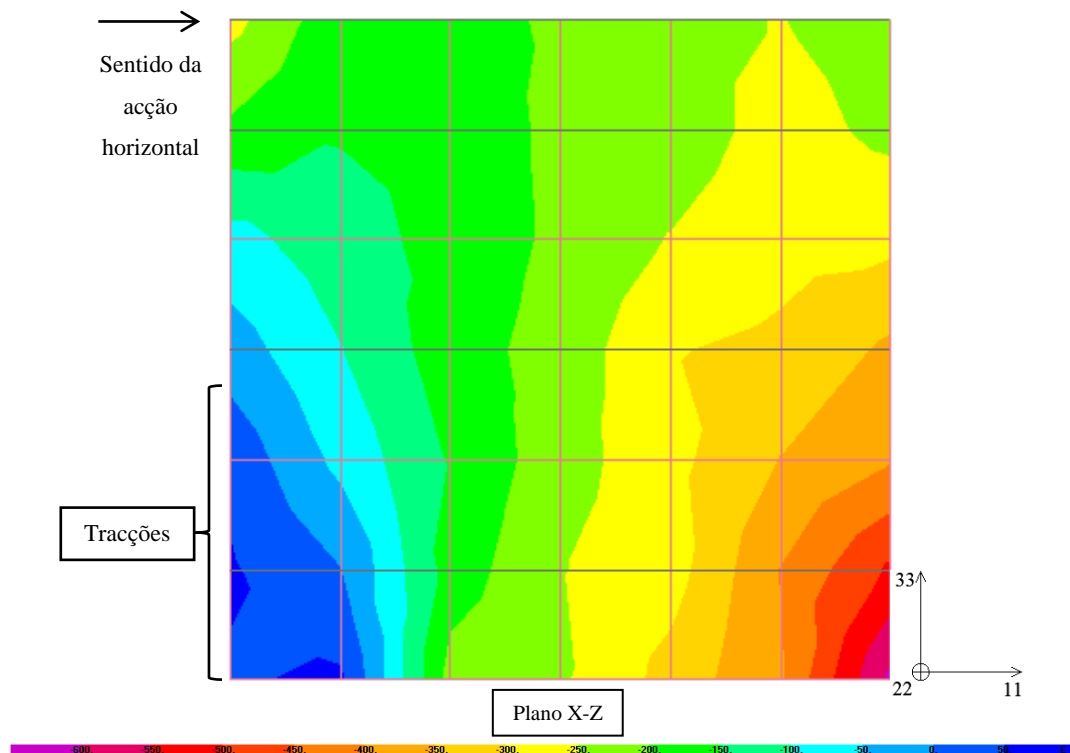


Figura 4.22 - Campo de tensões para compressão-corte na direcção 33 (plano X-Z), modelo reforçado com fitas metálicas

Conclui-se que esta “solução de reforço” é a mais eficaz para confinamento destes modelos sujeitos a este tipo de combinação de acções, promovendo valores de compressão apreciáveis e reduzindo as tracções horizontais verificadas na zona média do modelo.

#### 4.5.4 Comparação dos campos de tensões na direcção 22

Nas figuras 4.23, 4.24 e 4.25 apresentam-se os campos de tensões segundo a direcção 22, plano (X-Z), dos três modelos. Nas três imagens, assinalam-se com letras cinco planos de corte perpendiculares ao plano (X-Z), apresentados posteriormente.

Nesta direcção constata-se o efeito do confinamento das “soluções de reforço” implementadas nos modelos experimentais. Os conectores metálicos confinam significativamente o modelo nas suas áreas de acção, verificando-se por outro lado o surgimento de tracções em zonas não abrangidas pela sua acção. Quanto às fitas metálicas, estas confinam a estrutura de forma mais eficaz que os conectores metálicos devido a cintarem o modelo no seu perímetro e confinarem a estrutura transversalmente ao passarem por furações idênticas aquelas em que os varões dos conectores são colocados. Em qualquer um dos casos, verificam-se maiores compressões nas furações à direita do modelo, devido à confluência dos esforços para o canto inferior direito das estruturas.

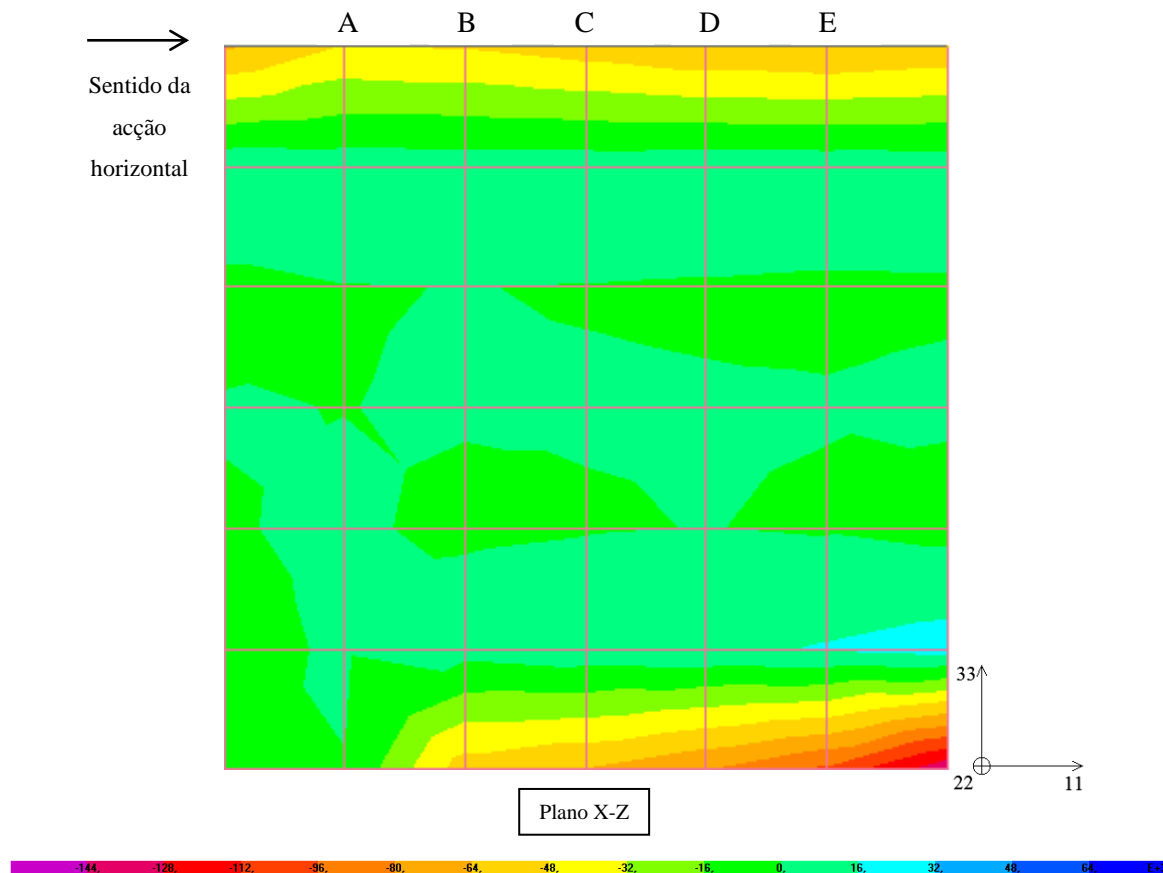


Figura 4.23 - Campo de tensões para compressão-corte na direcção 22 (plano X-Z), modelo não reforçado

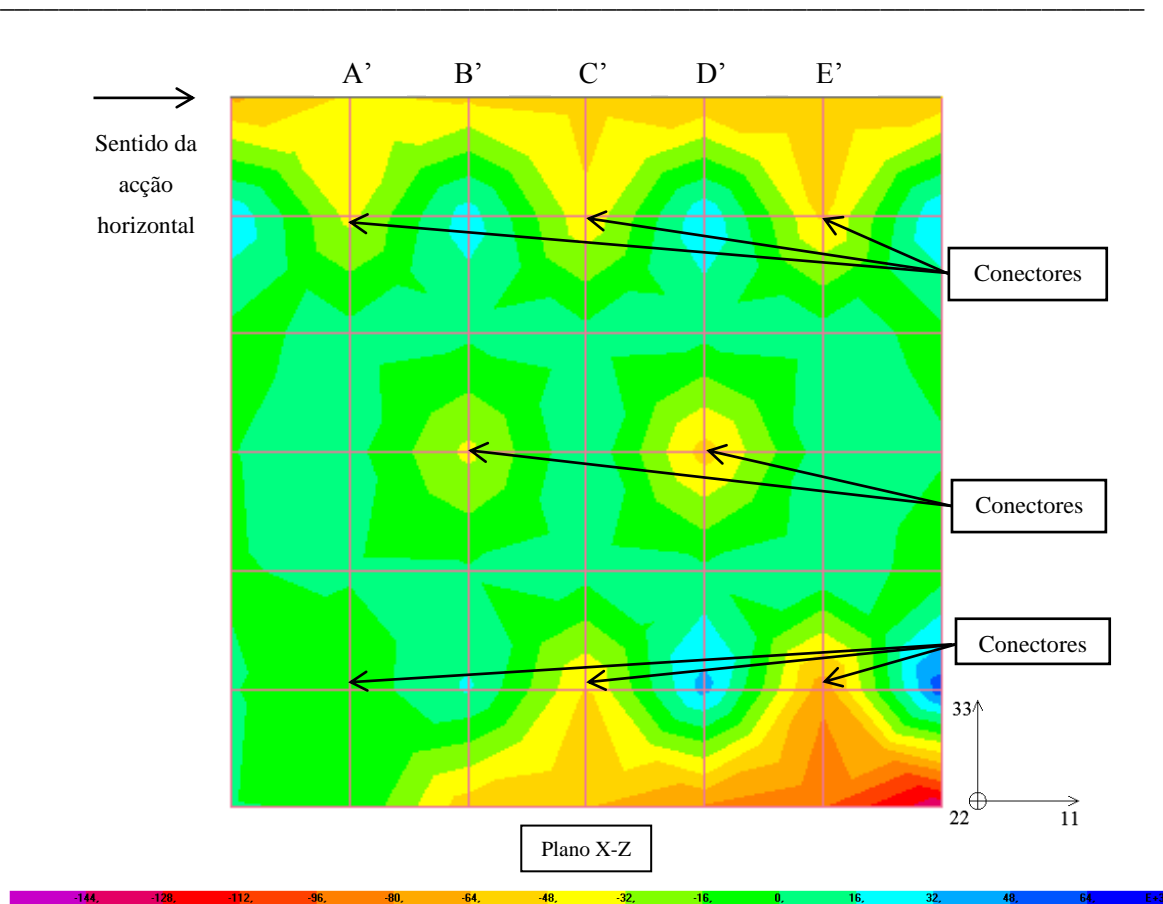


Figura 4.24 - Campo de tensões para compressão-corte na direcção 22 (plano X-Z), modelo reforçado com conectores transversais

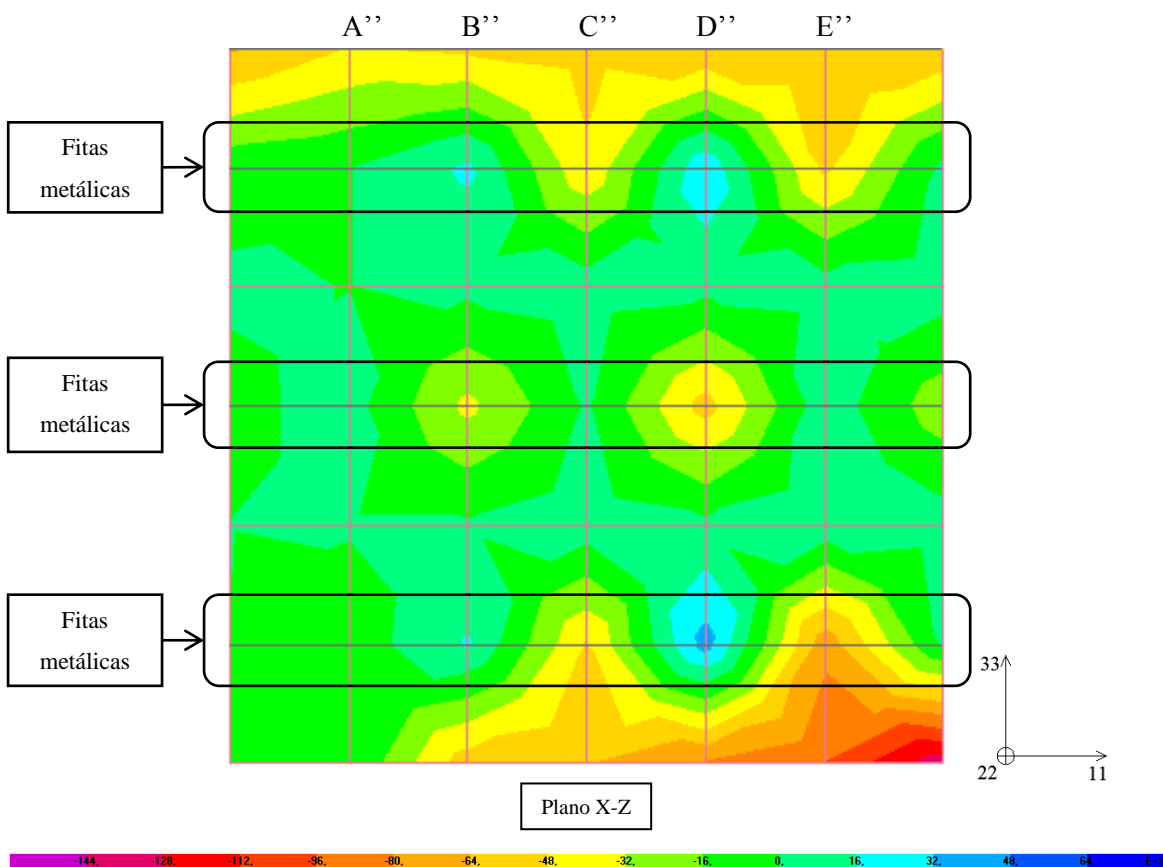


Figura 4.25 - Campo de tensões direcção 22 (plano X-Z), modelo reforçado com fitas metálicas contínuas



Nas figuras 4.26, 4.27, 4.28, 4.29 e 4.30, apresentam-se os campos de tensões na direcção 22 da secção transversal (plano Y-Z) segundo os cortes assinalados nas figuras 4.23, 4.24, 4.25, onde se observam as diferenças entre os modelos e o confinamento dos métodos implementados.

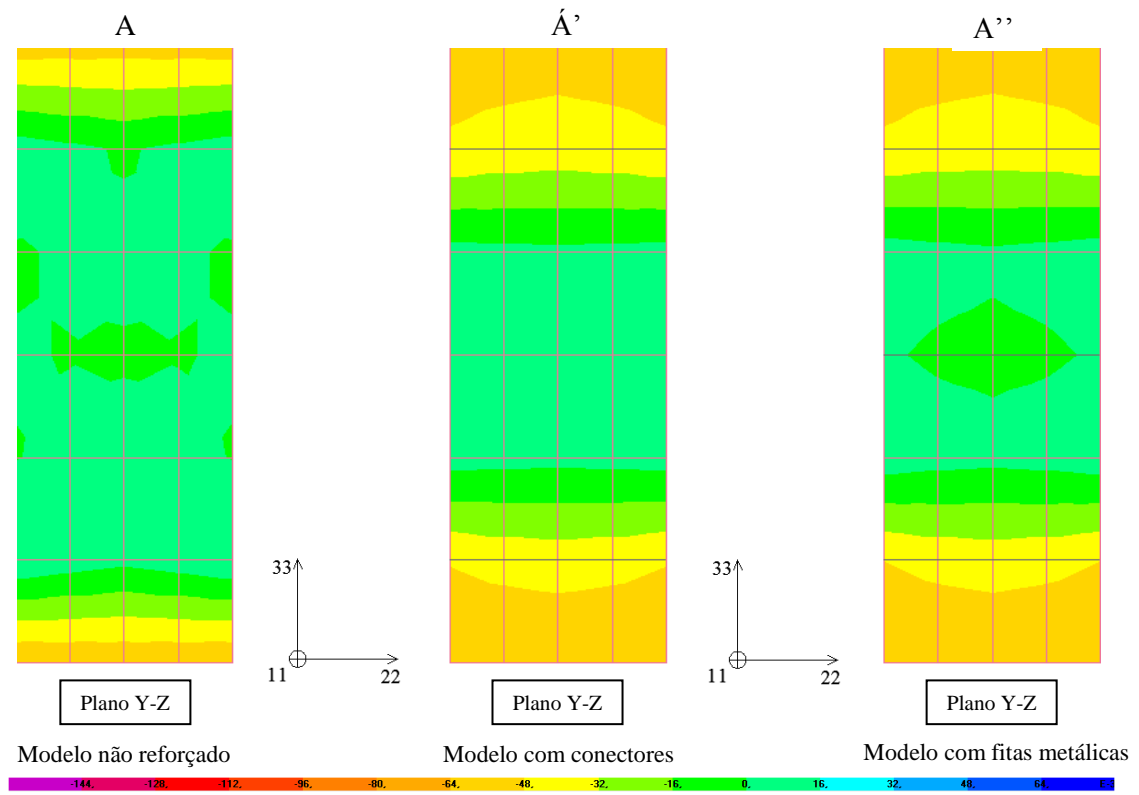


Figura 4.26 - Campos de tensões para compressão-corte na direcção 22 (plano Y-Z, X=200)

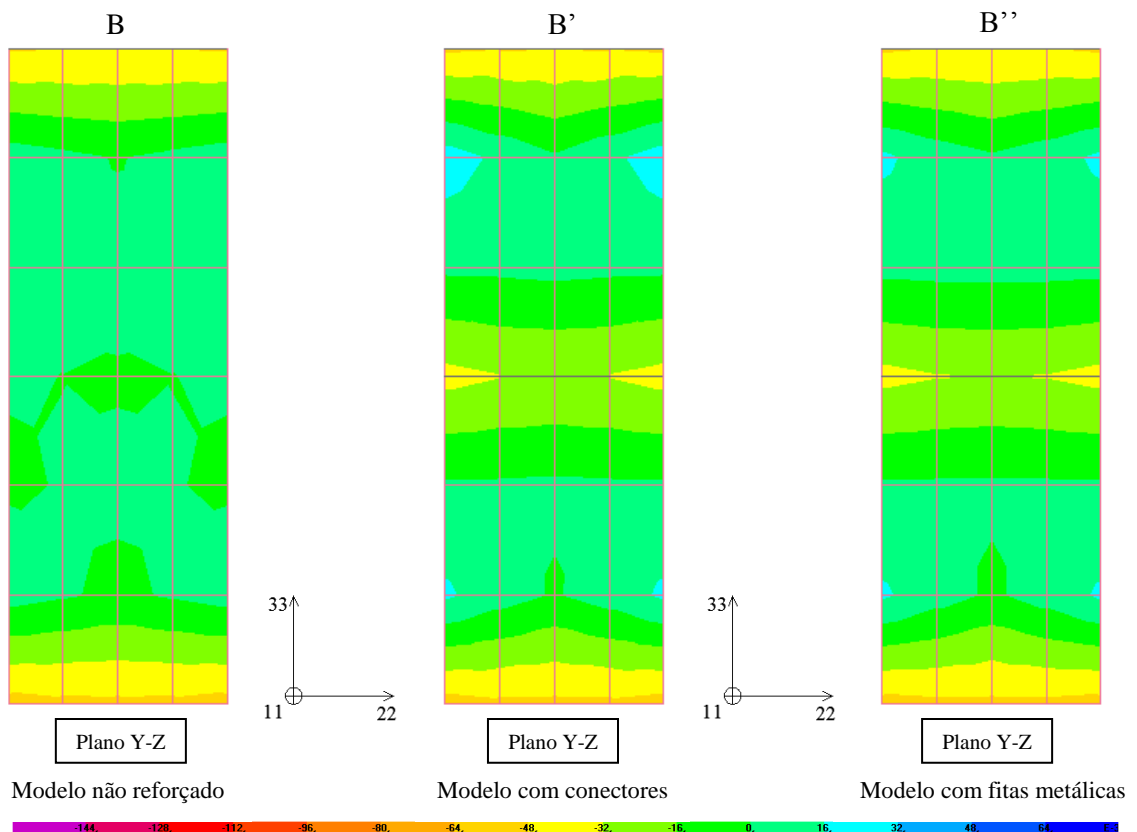


Figura 4.27 - Campos de tensões para compressão-corte na direcção 22 (plano Y-Z, X=400)

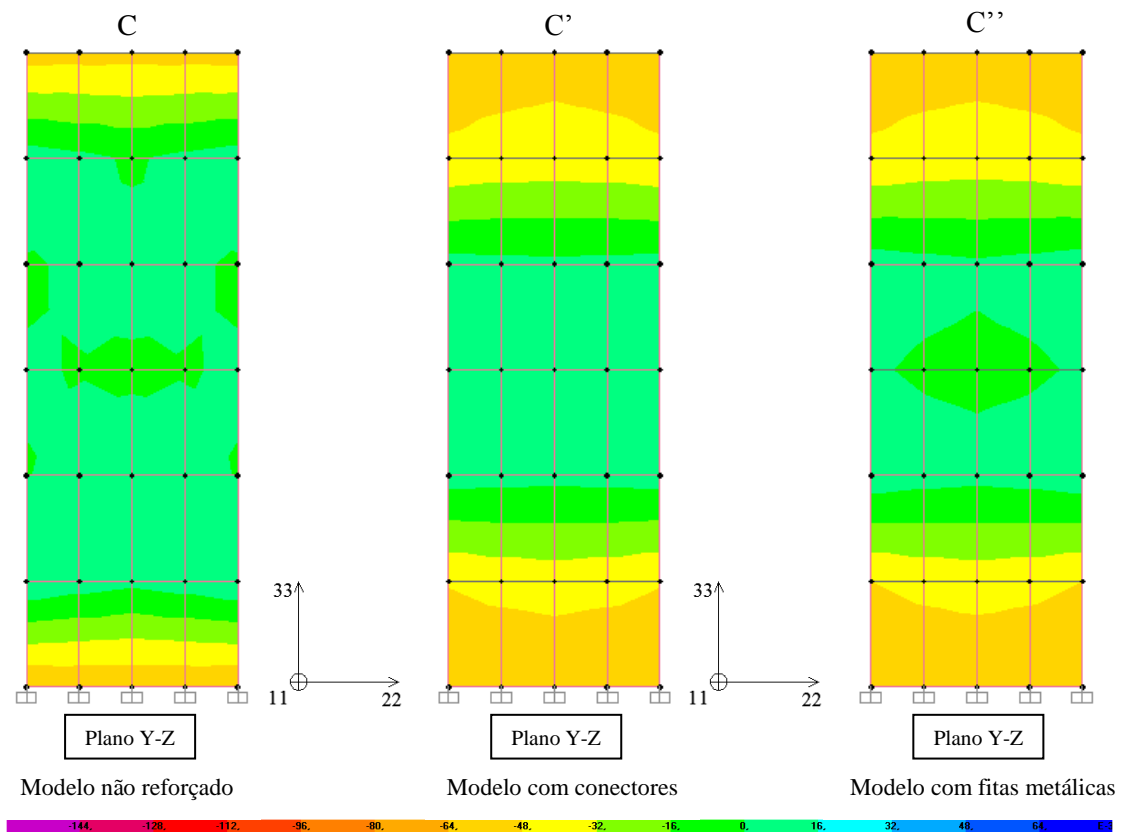


Figura 4.28 - Campos de tensões para compressão-corte na direcção 22 (plano Y-Z, X=600)

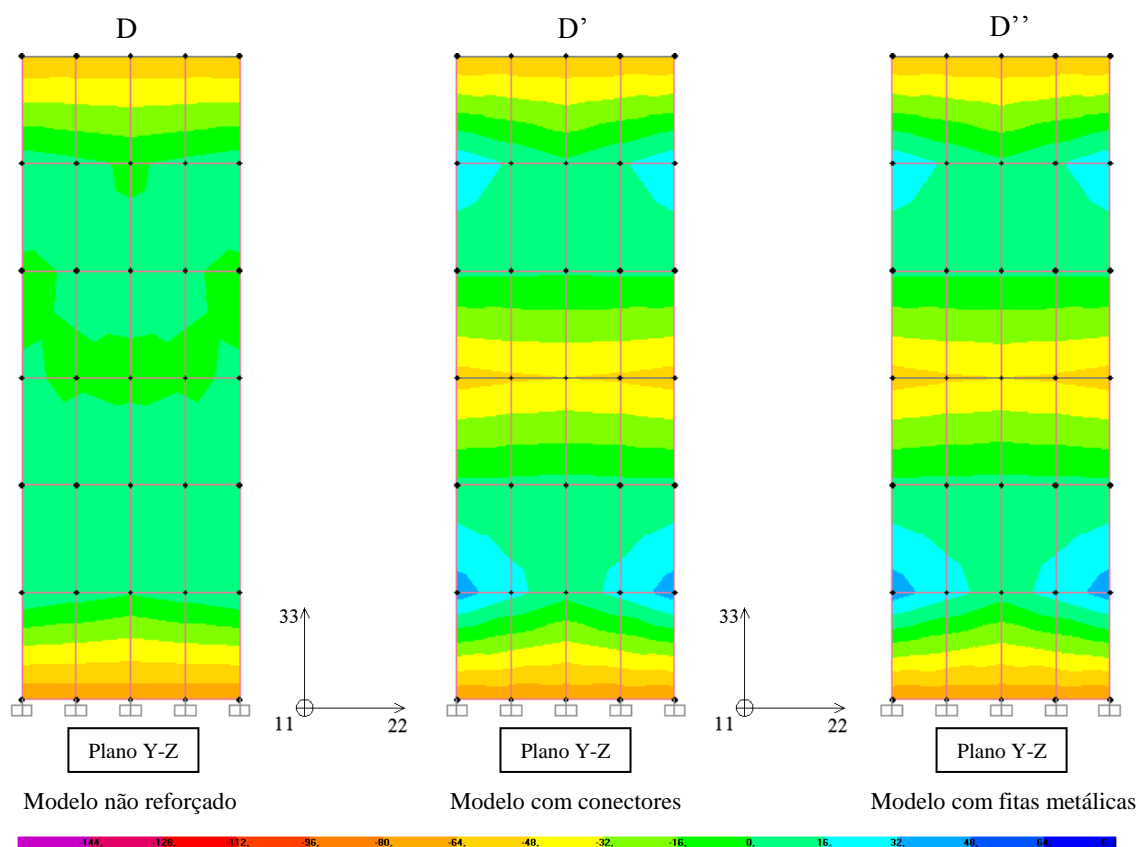


Figura 4.29 - Campos de tensões para compressão-corte na direcção 22 (plano Y-Z,

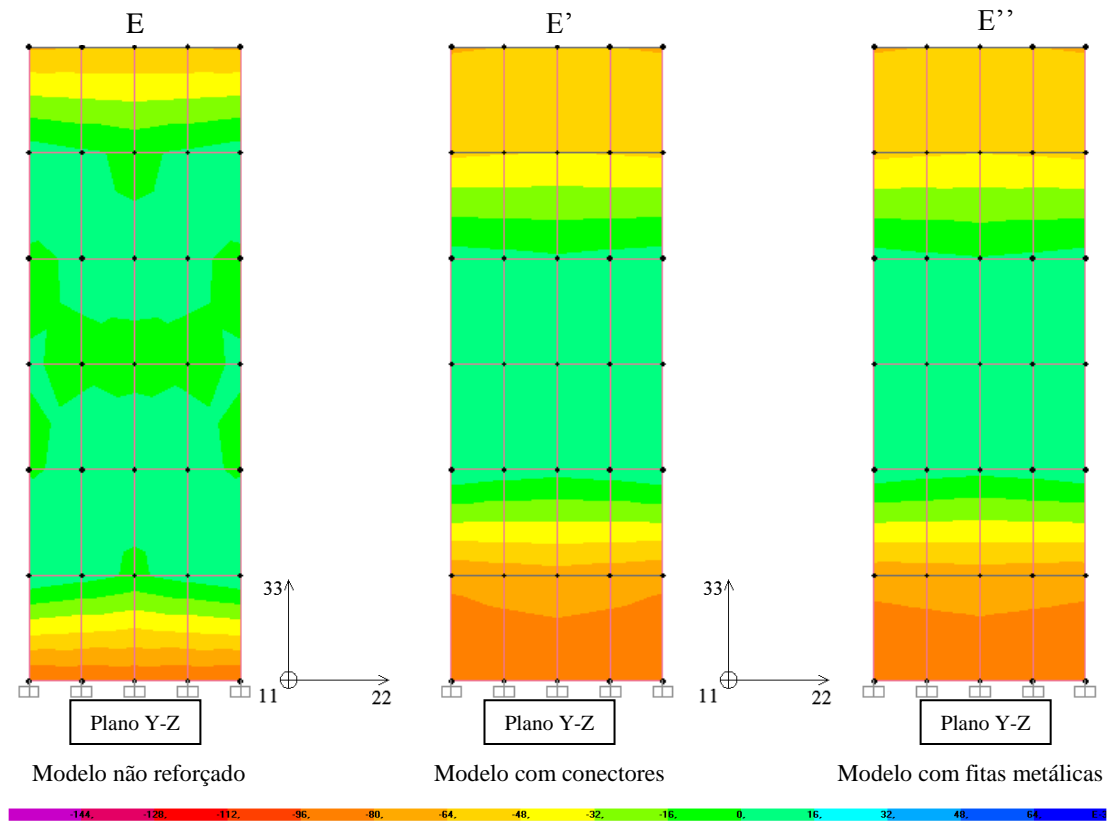


Figura 4.30 - Campos de tensões para compressão-corte na direcção 22 (plano Y-Z,

#### 4.5.5 Simulação de uma fachada com aberturas

Apresenta-se seguidamente uma simulação de uma fachada genérica com 3,0m de altura, 0,40m de espessura, com duas aberturas com 1,20m de altura e 0,80m de largura.

O objectivo deste ponto prende-se com a análise do efeito dos campos de tensões dos nembos quando inseridos numa parede, que não foi possível simular nos modelos experimentais nem nos modelos numéricos anteriormente apresentados.

Esta estrutura foi concebida com base na replicação dos modelos numéricos sólidos não reforçados já apresentados, no plano (X-Z). As condições de fronteira entre os elementos replicados justapostos são garantidas pelo programa.

A estrutura é simplesmente apoiada, com o topo composto por um lintel do mesmo tipo do apresentado para todos os modelos anteriores, com o objectivo de homogeneizar a distribuição de tensões.

O peso próprio da estrutura é garantido pela atribuição do peso volúmico do material “Alvenaria” e as acções nodais são de igual valor e sentido às apresentadas anteriormente.

Na figura 4.31 apresenta-se uma perspectiva da estrutura indeformada.

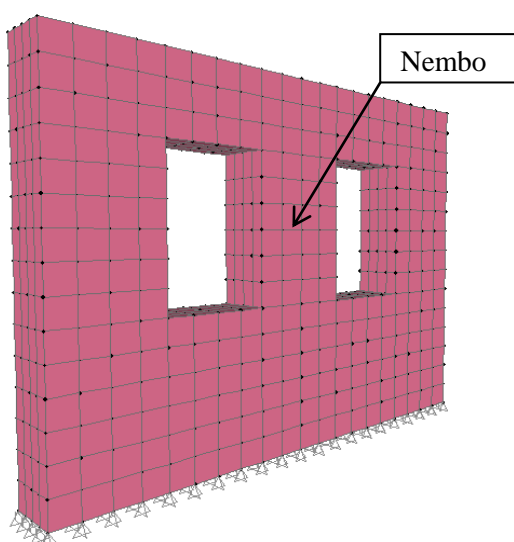


Figura 4.31 - Modelo de fachada com aberturas

Nas figuras 4.32, 4.33 e 4.34 apresentam-se os campos de tensões nas direcções 11, 22 e 33, no plano (X-Z). A confluência de tensões devido ao atrito simulado com o lintel rígido é bem aproximada à realidade. Conforme se observa nas figuras 4.32, direcção 11, o nembo não apresenta tracções. Este facto deve-se às cargas do resto da estrutura provocarem uma confluência significativa de compressões para a zona média dos elementos. A orientação dos vectores das tensões principais, representada na figura 4.35, justifica os resultados obtidos.

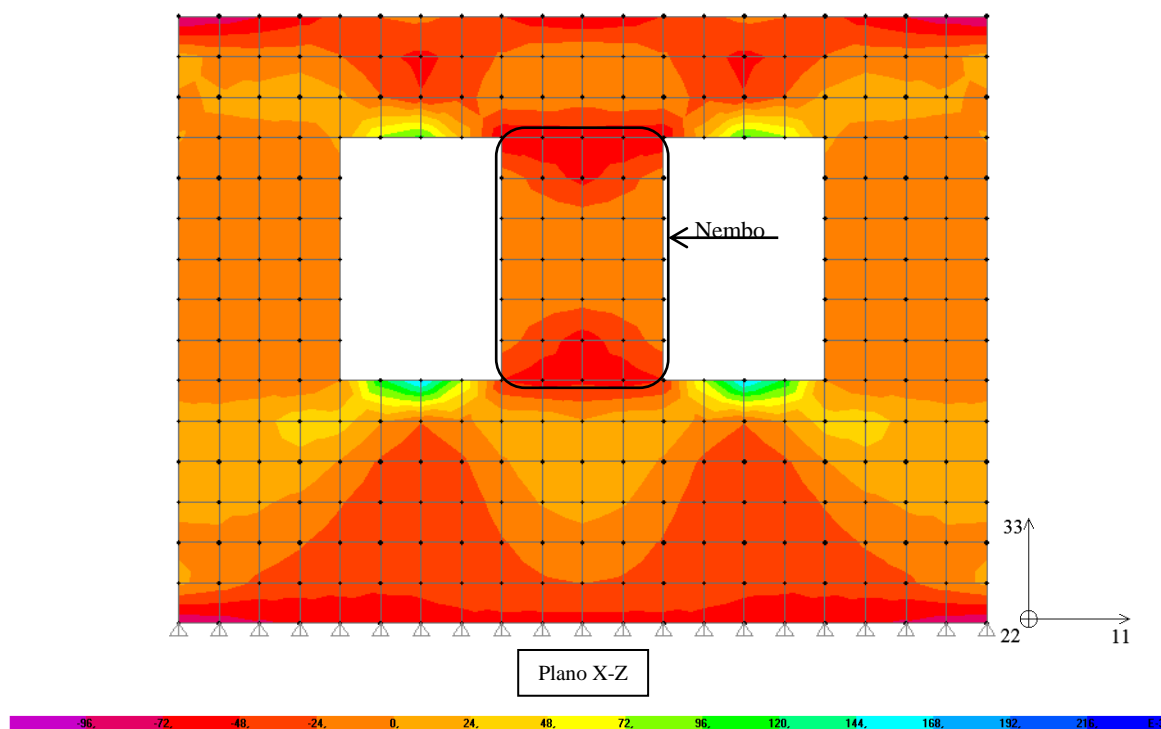


Figura 4.32 - Campo de tensões da fachada na direcção 11 (plano X-Z)

Na direcção 22 verificam-se tracções generalizadas em toda a fachada. No nembo, segundo o plano X-Z, observam-se campos de tracções orientadas segundo diagonais cruzadas.

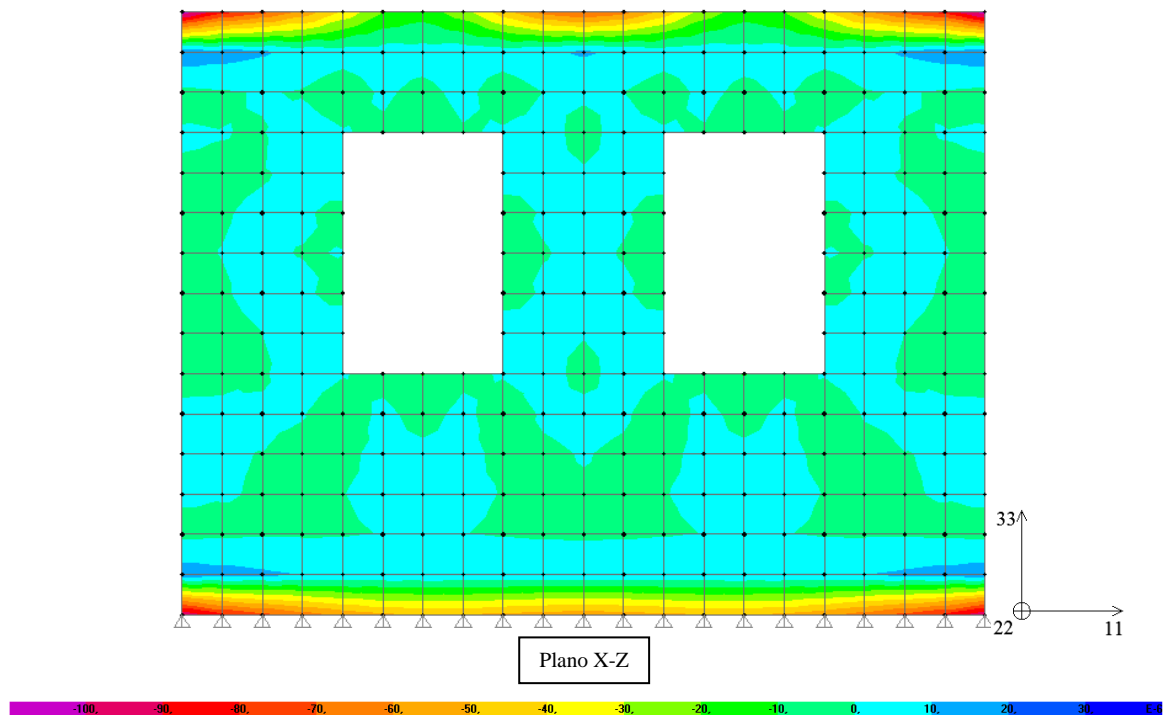


Figura 4.33 - Campo de tensões da fachada na direcção 22 (plano X-Z)

Na figura 4.34, tensões na direcção 33, verificam-se tracções a meio vão das aberturas e compressões no nembo. Estes resultados são justificados pelo campo de vectores das tensões principais apresentado na figura 4.35.

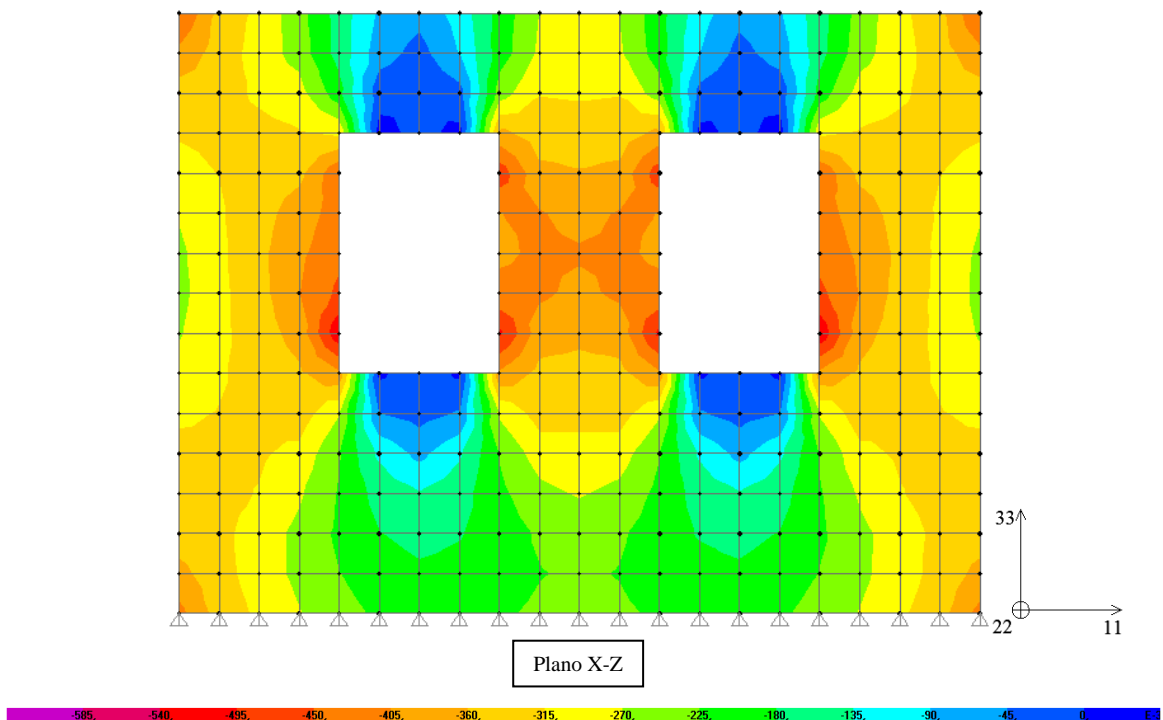


Figura 4.34 - Campo de tensões da fachada na direcção 33 (plano X-Z)

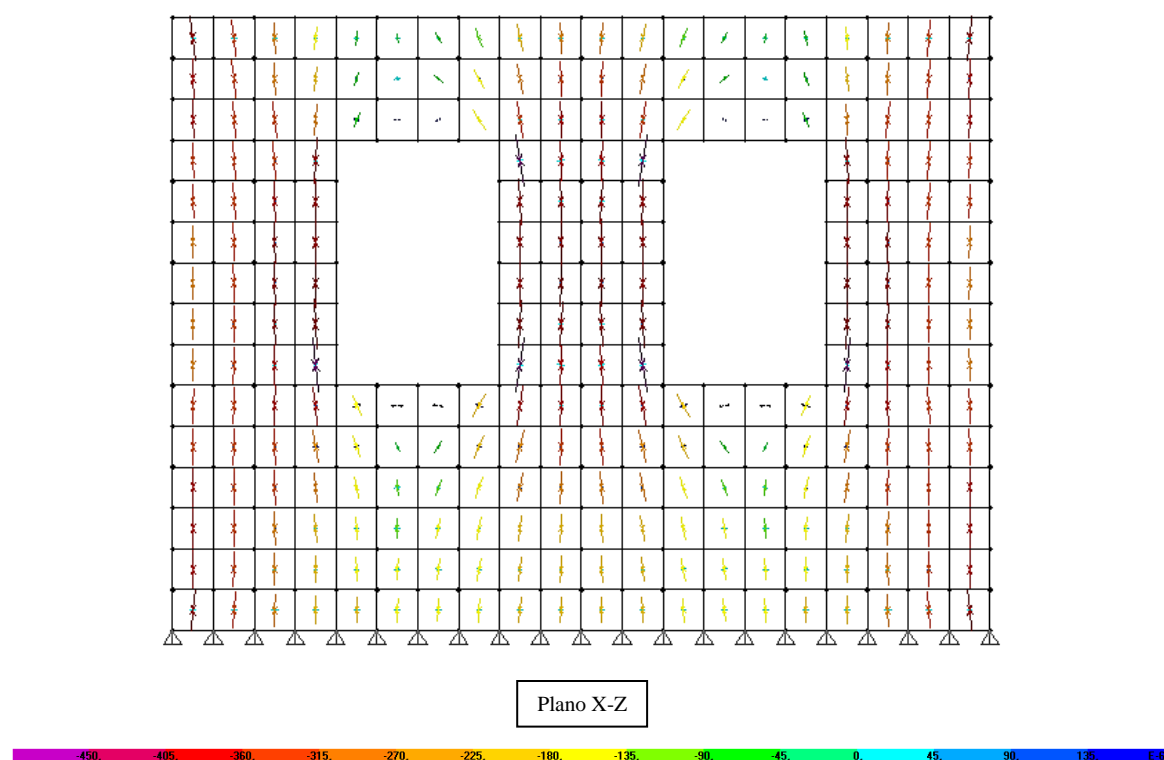


Figura 4.35 - Orientação dos vectores das tensões principais da fachada, compressão simples

Nas figuras 4.36, 4.37 e 4.38 apresentam-se os campos de tensões nas direcções 11, 22 e 33, segundo o plano (X-Z), para a estrutura sujeita a acções de compressão-corte.

Na figura 4.36, verificam-se compressões no nembro, no sentido da resultante das acções exteriores.

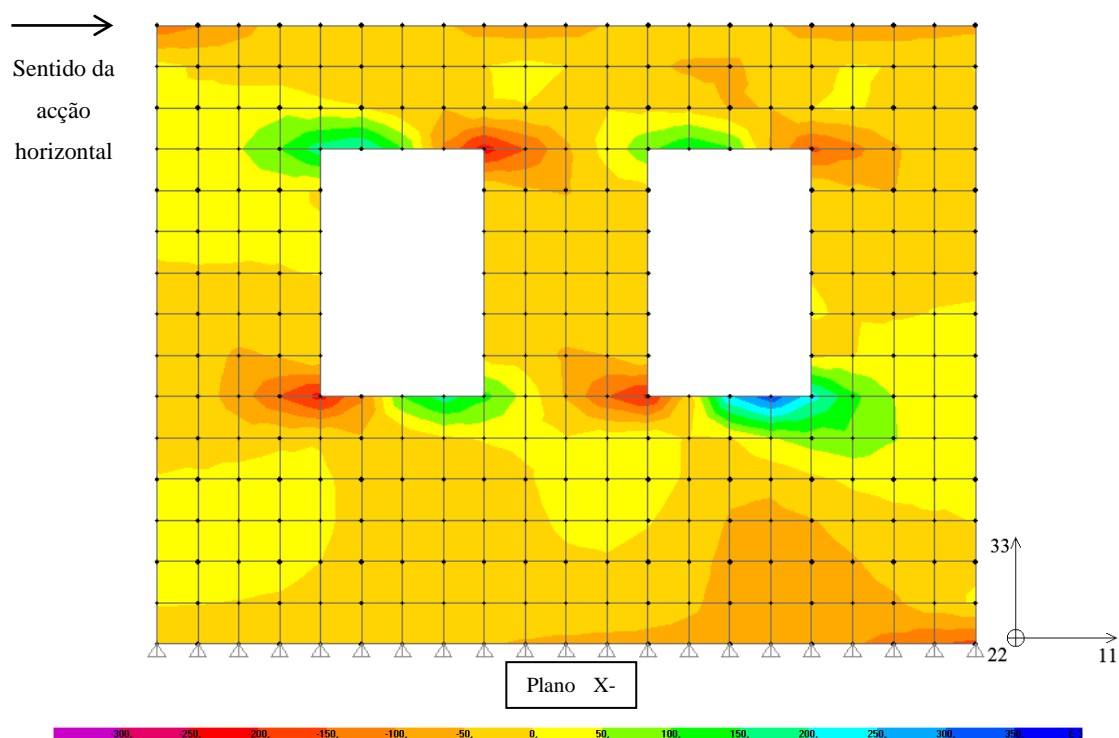


Figura 4.36 - Campo de tensões da fachada na direcção 11 (plano X-Z)

Como se pode observar na figura 4.37, o campo de tensões na direcção 22 apresenta, no plano X-Z, tracções orientadas segundo uma diagonal entre cantos opostos do nembro, no sentido da resultante das acções exteriores.

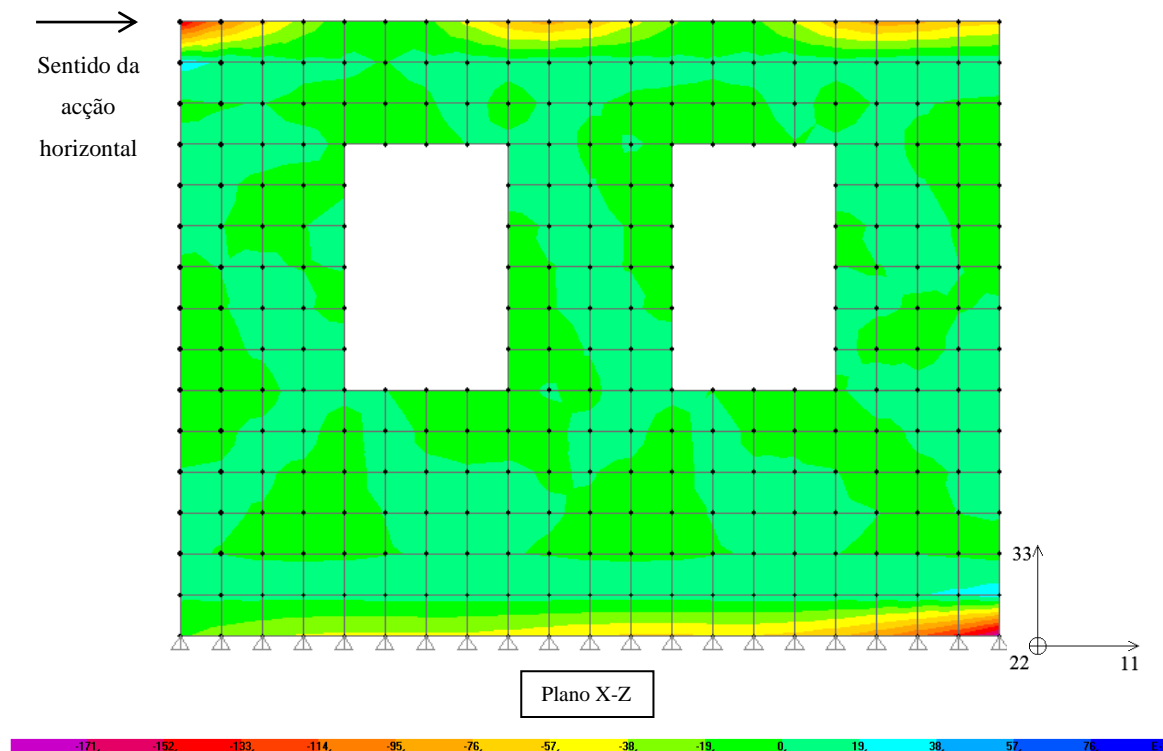


Figura 4.37 - Campo de tensões da fachada na direcção 22 (plano X-Z)

Na figura 4.38 apresenta-se o campo de tensões segundo a direcção 33, onde se verificam compressões no nembro, no sentido da resultante das acções exteriores.

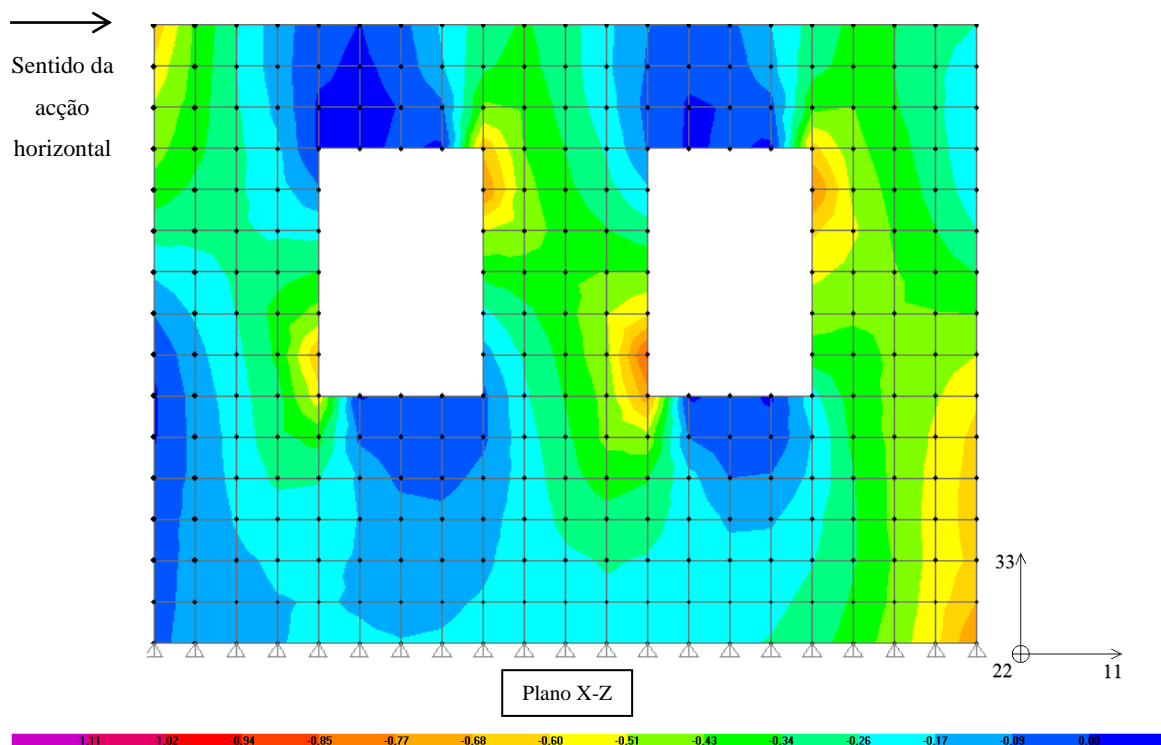


Figura 4.38 - Campo de tensões da fachada na direcção 33 (plano X-Z)

Na figura 4.39 apresenta-se a orientação dos vectores das tensões principais para acções de compressão-corte. Observa-se a confluência de compressões diagonais no nembro, segundo a resultante das acções exteriores.

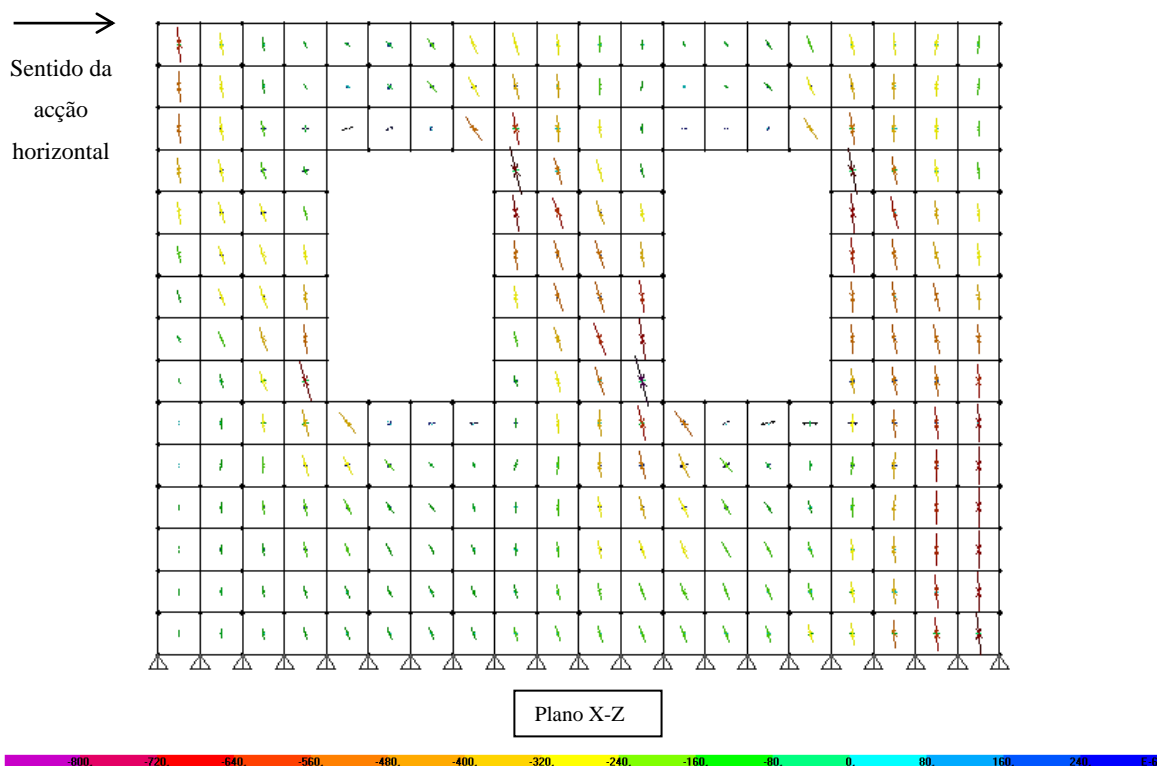


Figura 4.39 - Orientação dos vectores das tensões principais da fachada, compressão-corte

Ainda que a análise efectuada seja elástica e, por isso, não represente perfeitamente o real comportamento de estruturas deste tipo, foi possível verificar que para esforços de compressão-corte, as tensões no nembro tomam uma orientação diagonal, originando a rotura do elemento segundo uma linha de fendilhação diagonal por incapacidade de resistir à resultante das acções exteriores e a esforços de flexão.

As tensões resultantes na direcção 22, equivalentes a tensões horizontais no plano da secção transversal das paredes, são, nos modelos numéricos, resultantes do efeito de Poisson. Na realidade, neste tipo de estruturas este efeito de Poisson não se verifica porque as alvenarias, heterogéneas e anisotrópicas, não têm capacidade de se deformar na direcção perpendicular ao carregamento, originando-se fendilhação neste plano e consequente afastamento/desagregação dos elementos da alvenaria, contribuindo para o colapso do elemento. É neste fenómeno que o confinamento transversal da estrutura intervém, reduzindo as consequências. Nesse sentido, o confinamento perimetral e transversal das fitas metálicas contínuas mostra-se como a solução mais eficaz.



### CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Os resultados obtidos para os modelos treliçados são parcialmente satisfatórios. A “não linearidade” material de estruturas de alvenaria de pedra tradicional é complexa de simular, numa macro-modelação, com caracterização material dos elementos utilizados e aplicando ligações específicas entre elementos barra. Tendo em conta os pressupostos das características dos materiais, a garantia das máximas tensões de compressão e tracção dos elementos e as limitações relativas à necessária refinação dos modelos em função dos campos de tensões obtidos para calibração dos deslocamentos totais, os resultados obtidos para o ensaio de compressão simples aproximam-se dos valores experimentais:

- Modelo numérico não reforçado:  $\delta_{v,m} = 3,8\text{mm}$ ; modelo experimental:  $\delta_{v,m} = 5,8\text{mm}$ .
- Modelo numérico com “solução I”:  $\delta_v = 4,3\text{mm}$ ; modelo experimental:  $\delta_{v,m} = 4,7\text{mm}$ .

Para o ensaio de compressão-corte, não foi possível obter o equilíbrio da estrutura por impossibilidade de equilíbrio de todos os nós, o que inviabiliza a simulação de ensaios de compressão-corte sem que se verifiquem tracções em alguns elementos, condicionando a objectividade da macro-modelação que se propôs. Conclui-se que a aplicabilidade de modelos de escoras com o impedimento de rotações generalizadas dos nós, comportamento dos elementos barra uniaxial à compressão, para estimar campos de compressões em modelos numéricos que simulam modelos de alvenaria de pedra tradicional sujeitos a acções de compressão-corte, recorrendo ao programa SAP2000®, não é válida.

No que diz respeito aos modelos compostos por elementos finitos sólidos, a implementação de análises lineares elásticas é viável para avaliação das tipologias dos campos de tensões. Relativamente à simulação dos ensaios de compressão simples, conclui-se que os métodos experimentais de reforço devem focar-se principalmente na zona média dos modelos experimentais onde se verificam fortes tracções que devem ser impedidas recorrendo a métodos de confinamento. Os topos apresentam-se com fortes compressões e pequenas tracções nos limites laterais, onde não será necessário colocar elementos de reforço significativos. Quanto à comparação entre os dois métodos de reforço estudados para este ensaio, conclui-se que os conectores transversais originam valores de tensão de confinamento superiores às fitas metálicas contínuas. Apesar disto, devido às fitas terem uma maior área de acção no perímetro dos modelos,

---

confinam os limites exteriores dos modelos, ao contrário dos conectores que se limitam a confinar as zonas onde estão activos e as áreas de influência correspondentes à dissipação de tensões no plano da parede. Será particularmente interessante ensaiar uma solução que envolva os dois métodos analisados, aplicando conectores transversais na zona média da estrutura e confinamento contínuo dos seus limites exteriores.

Relativamente ao ensaio de compressão-corte, a rotura/colapso dos modelos dá-se segundo uma superfície de fendilhação diagonal por compressão, podendo a trajectória dos campos de tensões de compressão entre o topo e a base ser comparada com o modelo de escoras teórico de F. Pinho, M. Baião e V. Lúcio [29]. Contudo, para acções horizontais de valor superior, originar-se-ão fortes tracções horizontais no plano da parede que precipitarão o colapso da estrutura antes de ser atingida a máxima tensão resistente à compressão. O problema relativo às tracções resultantes em algumas zonas dos modelos prende-se com a fraca capacidade que estas estruturas apresentam para responder a esforços de tracção e/ou flexão.

Quanto às “soluções de reforço” simuladas neste ensaio, tal como no caso do ensaio de compressão simples, estas alteram os campos de tensões resultantes nas direcções 11 e 22 devido ao efeito do confinamento. Conclui-se que a solução com conectores transversais não apresenta melhorias significativas no que toca à redução de tracções, para combinações de cargas verticais e horizontais. A “solução de reforço” com fitas metálicas contínuas mostra-se como a melhor opção para um confinamento generalizado dos modelos, devido à sua acção perimetral e transversal, ao invés da solução com conectores transversais cuja acção pontual é significativa mas que peca pela reduzida área de influência.

No que diz respeito à simulação de uma fachada, ainda que a análise efectuada seja elástica, foi possível observar que, no nêmo, para esforços de compressão simples, não se verificam tracções em nenhuma das direcções do plano da fachada. Para acções de compressão-corte, verifica-se que a rotura dá-se por fendilhação diagonal por incapacidade de resistir à resultante das acções exteriores e a esforços de flexão.

Nos modelos numéricos apresentados, as tensões na direcção 22, correspondentes a tensões horizontais no plano da secção transversal das paredes, são resultantes do efeito de Poisson. Na realidade, neste tipo de estruturas este efeito de Poisson não se verifica, dadas as suas heterogeneidade e anisotropia, originando-se fendilhação neste plano e consequente afastamento/desagregação dos elementos da alvenaria, contribuindo para o colapso do elemento. É neste fenómeno que o confinamento transversal da estrutura intervém, reduzindo as consequências do mesmo. Nesse sentido, o confinamento perimetral e transversal das fitas metálicas contínuas mostra-se como a solução mais eficaz, quando comparado com os conectores transversais. Os valores numéricos obtidos neste trabalho são relativos a um programa de

elementos finitos, carecendo de comparações resultantes de análises efectuadas via outros programas similares.

## **5.2 Desenvolvimentos futuros**

Como desenvolvimentos futuros propõe-se, a nível numérico:

- Concepção de modelos treliçados refinados, confinados com elementos cable para dissipação de tracções nos limites exteriores dos modelos, tendo em vista a simulação do ensaio de compressão-corte;
- Analisar diferenças nos resultados numéricos entre limitação de tracções dos elementos barra e aplicação de elementos gap, para modelos de compressão axial e compressão-corte refinados e conceber modelos em que se apliquem as duas soluções em simultâneo para análises não lineares geométricas;
- Idealização de formulações aplicáveis de forma plena e sistematizada, para dimensionamento das escoras de modelos treliçados, que verifiquem os pressupostos exigidos para aplicação do método sugerido;
- Simular um edifício real, replicando as paredes estruturais em treliças tipo “Cruz de St. André”, compostas por elementos barra nas escoras verticais e horizontais com limitação de tensões de tracção e escoras diagonais elementos gap nas ligações, atribuindo rótulas plásticas nos nós das treliças e implementando análises não lineares geométricas para análise de tensões;
- Modelação numérica com elementos discretos e elementos de fronteira.

A nível experimental, propõe-se:

- Estimar parâmetros como coesão e ângulo de resistência ao corte/atrito das argamassas referência e dos modelos de alvenaria como compósito, por forma a ser possível a aplicação de critérios de cedência como o Critério de Mohr-coulomb, relativamente às máximas tensões tangenciais;
- Ensaiar modelos experimentais à compressão-corte, reforçados com fitas metálicas contínuas diagonais cruzadas no plano da parede, e verticais nos limites laterais do modelo, por forma a reforçar a resistência ao corte.

---

## REFERÊNCIAS

- [1] ALFAIATE, J.; ALMEIDA, J. R.; GAGO, A. - *On the numerical analysis of localized damage in masonry structures*. Second International Conference on Structural Engineering and Construction, Roma, 2003
- [2] APPLETON, João - *Reabilitação de Edifícios Antigos – Patologias e Tecnologias de Intervenção*. Edições Orion, 2003
- [3] AZEREDO, Hélio Alves de - *O Edifício Até sua Cobertura*. São Paulo, Ed. Edgar Blucher Ltda., 1977
- [4] AZEVEDO, Álvaro F. M. – *Análise Não Linear de Estruturas Planas de Betão Armado*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1985
- [5] AZEVEDO, Álvaro F. M. – *Método dos Elementos Finitos*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1ª Edição, Abril 2003
- [6] BEOLCHINI, G. C. – *Material properties of old stone masonries*. Earthquake Engineering, Tenth World Conference, Balkema, Rotterdam, 1992
- [7] BINDA, L.; Saisi, A. – *State of the Art of Research on Historic Structures in Italy. State of the Art of Research on Historic Structures in Italy*, 2003
- [8] BRANCO, Miguel; Guerreiro, L. - *Reforço sísmico de edifícios de alvenaria com métodos passivos*. 7.º Congresso de sismologia e engenharia sísmica, 2007
- [9] BRANCO, Miguel - *Reforço sísmico de edifícios de alvenaria – Aplicação a edifícios “Gaioleiros”*. Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa, 2007
- [10] CISMASIU, Corneliu – *Método dos Elementos Finitos*. Apontamentos para aulas teóricas. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2009

- 
- [11] CSI – *Analysis Reference Manual for SAP2000®, ETABS®, and SAFE™*. Computers and Structures, Inc., Berkeley, 2007
- [12] Dimitrovová, Zuzana – Folhas de apoio para aulas de Mecânica de Meios Contínuos, Capítulos III, IV, V e VI. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2009
- [13] FONSECA, Marc A. - *Análise experimental de um murete de alvenaria de pedra tradicional reforçado com confinamento transversal contínuo por fitas metálicas*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2010
- [14] GAGO, António M. C. S. – *Análise estrutural de arcos, abóbadas e cúpulas – Contributo para o estudo do Património Construído*. Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa, 2004
- [15] GIUFFRÉ, Antonino - *Lecture sulla meccanica delle murature storiche*. Roma, Edizione Kappa, 1991
- [16] GOUVEIA, João P.; LOURENÇO, Paulo B.; VASCONCELOS, Graça – *Soluções Construtivas em Alvenaria*. Congresso Construção 2007. Coimbra., 2007
- [17] GUERRA, Nuno M. C. – Apontamentos teóricos para aulas de Análise de Estruturas Geotécnicas, Capítulo II. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2008
- [18] JUSTO, Rodrigo A. E. G. - *Comparação do Desempenho e de Funcionamento de Programas Comerciais (ANSYS e SAP2000) Focado à Análise Sísmica*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2010
- [19] LAMEGO, Paula - *Avaliação de técnicas construtivas utilizadas na reabilitação sísmica de edifícios em alvenaria de pedra*. Dissertação de mestrado em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa, 2007
- [20] LIANG, J. L.; CHANG, W. H.; CHUIN, S. C.; YING, P. L. - *Strut-and-Tie Design Methodology for Three-Dimensional Reinforced Concrete Structures*. Scientific paper, Journal of Structural Engineering, ASCE, 2006

- [21] LOURENÇO, P. B. – *Experimental and numerical issues in the modeling of the mechanical behavior of masonry*. Structural analysis of historical constructions II, Barcelona, 1998
- [22] RAMOS, António P.; LÚCIO, Válder J. G. – *Estruturas de Betão Armado II*. Apontamentos para aulas teóricas, Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa, 2009
- [23] MARTINS, João J. G. – *Análise Não Linear Geométrica para Estruturas Reticuladas Espaciais*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1997
- [24] NAGARAJAN, P.; JAYADEEP, U. B.; PILLAI, T. M. M. - *Application of micro truss and strut and tie model for analysis and design of reinforced concrete structural elements*. Songklanakarin Journal of Science and Technology, Prince of Songkla University, Índia, 2009
- [25] NEVES, Luís C. N. – *Resistência dos Materiais*. Apontamentos para aulas de Resistência dos Materiais, Capítulo I, Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa, 2007
- [26] PEREIRA, Diogo F. S. M. P. – *Estudo Sísmico de Edifícios Antigos – Reforço e Análise Não Linear*. Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa, 2009
- [27] PINHO, Fernando F. S. - *Paredes de Alvenaria Ordinária – Estudo Experimental com modelos Simples e Reforçados*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2007
- [28] PINHO, Fernando F. S. - *Paredes em Edifícios Antigos em Portugal*. Lisboa, Coleção Edifícios. LNEC, 2008
- [29] PINHO, Fernando F. S.; BAIÃO, Manuel F. C.; LÚCIO, Válder J. G. - *Técnicas de consolidação de paredes de edifícios antigos*. 3º Encontro sobre Conservação e Reabilitação de Edifícios, LNEC, Lisboa, Maio 2003
- [30] PINHO, Fernando F. S.; BAIÃO, Manuel F. C.; LÚCIO, Válder J. G. – *Experimental analyses of rubble stone masonry walls strengthened with reinforced lime and cement mortar*

---

*rendering and transversal ties*. Challenges for Civil Construction, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2008

[31] PINHO, Fernando F. S.; BAIÃO, Manuel F. C.; LÚCIO, Válder J. G. – *Paredes de alvenaria ordinária – Efeito do confinamento transversal por conectores metálicos*. Sísmica 2010 – 8º Congresso de Sismologia e Engenharia Sísmica, Universidade de Aveiro, 2010

[32] ROCA, Pere - *Simplified methods for assessment of masonry shear-walls*. Sísmica 2004 - 6º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica. Universidade do Minho, Guimarães, 2004

[33] ROQUE, João C. A. - *Reabilitação Estrutural de Paredes Antigas de Alvenaria*. Dissertação de mestrado em Engenharia Civil, Universidade do Minho. Guimarães, 2002

[34] SALEM, Hamed M.; MAEKAWA, Koichi – *Computer-Aided Analysis of Reinforced Concrete Using a Refined Strut and Tie Model Approach*. Scientific paper, Journal of Advanced Concrete Technology, Volume 4, nº 2, 325-336, Japan Concrete Institute, 2006

[35] VALUZZI, M. R; PORTO, F; MODENA, C. - *Behavior and modeling of strengthened three-leaf stone masonry walls*. Materials and Structures, 2004

[36] VALUZZI, M. R; PORTO, F; MODENA, C. - *Structural investigations and strengthening of the civic tower in Vicenza, Structural Faults & Repair*. Commonwealth Institute, Kensington, London, UK, 2003

## **Webgrafia**

[37] <http://www.igespar.pt> - Site do Instituto de Gestão do Património Arquitectónico e Arqueológico, Janeiro 2011

[38] <http://cvc.instituto-camoes.pt> – Janeiro, 2011

[39] <http://www.infopedia.pt> – Janeiro 2011



- [40] <http://ciberduvidas.sapo.pt> – Janeiro 2011
- [41] <http://help.solidworks.com> – Fevereiro, 2011
- [42] <http://vaniarjsp.blogspot.com>, Fevereiro 2011